FÍSICA

APRÈN UPC

Apunts

Física

Resums i presentacions de classe

Ferran Laguarta Bertran, Núria Lupón Bas, Josep Pladellorens Mallofré

Assignatura: Física

Titulació: Grau en Òptica i Optometria

Curs: 1r Quadrimestre: 1r

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa (FOOT)

Idioma: Català

01/07/2019

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH

Facultat d'Òptica i Optometria de Terrassa

FÍSICA. Curs 2019-20

- **RESUMS**
- **PRESENTACIONS DE CLASSE**
- **PROGRAMA**

N. Lupón
J. Pladellorens

Juliol 2019

NOTA. –
Aquest dossier conté:

- Un resum de totes les lliçons del temari que s’expliquen a l’aula.
- La còpia del material gràfic que el professor / a utilitzarà a classe en format de presentació sobre pantalla. En aquest cas, això implica que les diapositives contingudes en aquest dossier no cobreixen la totalitat del temari. Les presentacions són en castellà.
- El programa detallat de l'assignatura.

ÍNDEX

Lliçó 3: LES LLEIS DE NEWTON

1.- *Principis fonamentals de la dinàmica. Les lleis de Newton.*

- Les relacions fonamentals de la mecànica clàssica estan contingudes en les lleis de Newton del moviment.

  1ª Llei. Si la força externa neta que actua sobre un objecte és nul·la, llavors l'objecte es manté en el seu estat de repòs o de moviment amb velocitat constant.

  2ª Llei. L'acceleració d'un objecte és inversament proporcional a la seva massa, i directament proporcional a la força externa neta que actua sobre ell:

$$\vec{a} = \frac{\sum \vec{F}_{ext}}{m} \qquad \text{o bé} \qquad \sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

  3ª Llei. Les forces sempre es presenten per parelles. Si un cos *A* fa una força sobre un altre *B*, aquest exerceix sobre *A* una força igual però de sentit contrari.

- **UNITATS**

	Massa	Força	
S.I.	Kg	N	$1N = 1Kg \cdot 1m/s^2$
Cgs	g	dyna	$1dyna = 1g \cdot 1cm/s^2$

2.- *les forces de la Natura.*

- Totes les forces observades en la natura poden explicar-se a partir de quatre interaccions bàsiques:
  - la força gravitatòria;
  - la força electromagnètica;
  - la força nuclear forta (també anomenada força hadrònica);
  - la força nuclear feble.

- Les forces que observem diàriament actuant sobre els cossos macroscòpics, com ara les de contacte, suport o fricció, i les realitzades mitjançant molles i cordes són degudes, en última instància, a les forces d'enllaç entre el àtoms i molècules que constitueixen els citats cossos, cordes o molles. Com és ben conegut, totes les forces d'enllaç entre àtoms tenen el seu origen en la interacció electromagnètica.

- El pes *P* d'un objecte és la força d'atracció gravitatòria entre l'objecte i la Terra. Per cossos situats sobre la superfície de la Terra a alçades petites comparades amb el radi de la Terra, el pes és:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

  on *m* és la massa de l'objecte i *g* l'acceleració de la gravetat

FísicaTema3

Leyes de Newton

ÓpticaiOptometría

1. Principios fundamentales de la mecánica clásica
2. Unidades de masa y fuerza
3. Las fuerzas de la naturaleza
4. Interacción gravitaroria: Ley de Newton de la gravitación universal

1. Principios fundamentales de la mecánica clásica

1ª Ley. Principio de inercia

$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \vec{v} = 0 \\ \vec{v} = ctn \end{cases}$$

2ª Ley.

(Concepto previo: cantidad de movimiento, $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$).

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum \vec{F}_{ext}$$

Si m = cte, entonces : $\frac{d\vec{p}}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = m \cdot \vec{a} = \sum \vec{F}_{ext}$

FísicaTema3

1. Principios fundamentales de la mecánica clásica

3ª Ley. Ley de acción y reacción

Si un cuerpo A ejerce una fuerza sobre otro B, $\vec{F}_{AB}$, éste ejerce una fuerza sobre A, $\vec{F}_{BA}$, igual y de sentido contrario a la primera.

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Corolario

Las fuerzas cumplen la ley de la suma del paralelogramo, es decir, son vectores.

2. Unidades de fuerza y masa

	Masa	Fuerza
S.I.	Kg	N
S. cgs.	g	dyna

$1Kg=10^3g$

$1N = 10^5dyna$

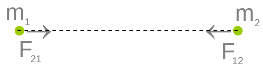
3. Las fuerzas de la naturaleza

- Interacción gravitatoria
- Interacción electromagnética (fuerzas de enlace)
- Interacción nuclear fuerte
- Interacción nuclear débil

4. Interacción gravitatoria

Ley de Newton de la gravitación universal

$$\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = G\cdot\frac{m_1 m_2}{r^2}$$



Dirección: La de la recta que une las dos masas
Sentido: Atractivo

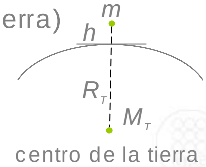
$G = 6.67\cdot 10^{-11} Nm^2/Kg^2$

r $\rightarrow$ Distancia entre partículas o, en caso de cuerpos extensos, entre sus centros de masa

Peso de un cuerpo (cerca de la superficie de la Tierra)

$$\text{Peso} = G\cdot\frac{M_T m}{(R_T+h)^2} \approx G\cdot\frac{M_T m}{R_T^{\,2}} = g\cdot m$$

$\boxed{h \ll R_T}$

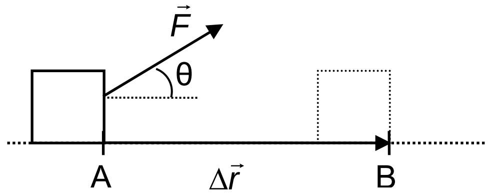


Lliçó 4: DINÀMICA DE LA PARTÍCULA

1.- *Treball. Unitats*

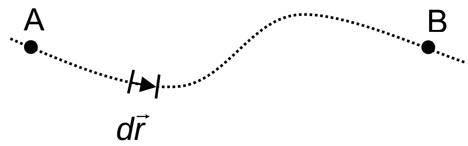
- Per un objecte que fa un recorregut rectilini des d'un punt *A* fins a un altre *B*, sota l'acció d'una força constant, el treball realitzat per aqueta força és:

$$W_{AB} = \vec{F}\cdot\Delta\vec{r} = F\Delta r\cos\theta = F_r\,\Delta r$$



- Per un objecte que es desplaça de *A* fins a *B* seguint una trajectòria qualsevol, sota l'acció d'una força variable, *F*
  a. el treball realitzat per la força *F* sobre la partícula al llarg d'un petit recorregut *dr* s'expressa com

$$w = \vec{F}\cdot d\vec{r}$$



  b. el treball total realitzat per la força *F* al llarg del recorregut *AB* és:

$$W_{AB} = \sum w = \int_A^B \vec{F}\cdot d\vec{r}$$

- La unitat SI de treball és el joule (J):

1 J = 1 N · 1m

2.- *Energia cinètica*

- L'energia cinètica és l'energia associada al moviment d'un objecte i està relacionada amb la seva massa i la seva velocitat mitjançant l'expresiió:

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}mv^2$$

- El teorema *treball–energia* estableix que el treball de la resultant de les forces que actuen sobre una partícula és igual a la variació de l'energia cinètica de la partícula. La seva expressió matemàtica és:

$$W_{AB}^{res} = \Delta\varepsilon_c = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2$$

3.- *Forces conservatives. Energia potencial*

- L'energia potencial d'un objecte és l'energia associada a la seva posició i sempre està lligada a l'existència d'una força (força conservativa). En el cas d'un cos que recorre el camí *AB* sota l'acció d'una força conservativa (entre d'altres), la variació de la seva energia potencial es defineix com:

$$\Delta U = U_B - U_A = -W_{AB}^{cons} = -\int_A^B \vec{F}_{cons} \cdot d\vec{r}$$

- L'energia potencial gravitatòria d'un objecte de massa *m* situat a una altura *h* respecte a un punt de referència és:

$$U = mgh$$

4.- Conservació de l'energia mecànica

- L'energia mecànica d'un objecte, *E*, és la suma de les seves energies cinètica i potencial.

$$E = \varepsilon_c + U = \frac{1}{2}mv^2 + U$$

  Si sobre un objecte només actuen forces conservatives, la seva energia mecànica es manté constant:

$$E_A = E_B = \text{constant}$$

  El que s'anomena ***principi de conservació de l'energia mecànica.***

- El treball fet per una força **no conservativa** que actua sobre un objecte és igual a la variació d'energia mecànica del sistema (*teorema generalitzat treball-energia*):

$$W_{AB}^{nc} = \Delta E = E_B - E_A$$

- El principi de conservació de l'energia mecànica i el teorema treball-energia es poden emprar com a alternatives a les lleis de Newton per a resoldre problemes de mecànica en què calgui determinar la velocitat d'una partícula en funció de la seva posició.

5.- *Potència. Unitats*

- La potència és l'energia transferida per unitat de temps d'un sistema a un altre. Si una força *F* actua sobre una partícula que es desplaça amb velocitat *v*, la potència instantània desenvolupada per la força sobre la partícula és:

$$P = \frac{w}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

  La unitat SI de potència és el Watt (W).

  1W = 1J/1s

UNITAT 2: MECÀNICA DE SÒLIDS I FLUIDS

INTRODUCCIÓ

- La densitat, ρ, d'un material o substància és el quocient entre la seva massa i el seu volum (massa per unitat de volum):

$$Densitat = \frac{massa}{Volum}$$

$$\rho = \frac{m}{V}$$

El valor de la densitat de l'aigua és ρ = 10^3 Kg/m^3, en unitats del sistema internacional.

La densitat de la majoria dels sòlids i de líquids depèn poc de la temperatura i de la pressió, mentre que la dels gasos depèn acusadament d'aquestes magnituds.

FísicaMódulo2

Mecánica de Solidos y Fluidos

ÒpticaiOptometria

INTRODUCCIÓN: Estados de la materia
La materia se encuentra principalmente en tres estados o fases posibles: ***sólido, liquido y gas***

SÓLIDO
• Fuerzas de enlace extraordinariamente grandes • Distancias interatómicas mínimas y fijas • Átomos o moléculas en posiciones relativas fijas (materia rígida) •Deformaciones mínimas

ÒpticaiOptometria 1/3

GAS (Presión baja)
• Fuerzas de enlace mínimas.   • Átomos o moléculas se mueven libremente   • Las posiciones relativas de sus átomos o moléculas cambian constantemente.

LÍQUIDO
• Fuerzas de enlace intermedias   • Distancias interatómicas parecidas a los sólidos   • Las posiciones relativas de sus átomos o moléculas pueden cambiar.

Densidad.

La densidad, **ρ**, de una sustancia se define como la masa por unidad de volumen

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (\, Kg/m^3, g/cm^3 \,)$$

Cu (Sólido)	H_20 (liquido)	Aire (Atmósfera)
$\rho = 8{,}9 \cdot 10^3$ Kg/m^3	$\rho = 10^3$ Kg/m^3	$\rho = 1{,}29$ Kg/m^3
	Hg (líquido)	
	$\rho = 13{,}6 \cdot 10^3$ Kg/m^3	

Valores del mismo orden

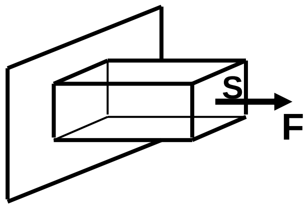
Lliçó 5: PROPIETATS ELÀSTIQUES DELS MATERIALS.

1.- Cossos elàstics deformables

- Quan s'aplica una força sobre un cos, aquest es deforma.

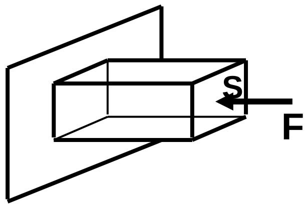
- Per valors petits de la deformació, aquesta és proporcional a la força que l'ha produïda.

2.- Elasticitat per tracció o compressió



- L'esforç de *tracció*, σ, és la força perpendicular per unitat de superfície aplicada a un cos en el sentit "d'allargar-lo":

$$\sigma = \frac{F}{S}$$



- L'esforç de compressió és la força perpendicular per unitat de superfície, aplicada en un cos en sentit "d'escurçar-lo".

- En ambdós casos, la deformació unitària longitudinal, ε, és el quocient entre la variació de longitud, $\Delta\ell$, i la longitud inicial del cos, ℓ_0.

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell_0}$$

- Per valors petits la deformació unitària, ε, és proporcional a l'esforç, σ, que la produeix:

$$\varepsilon = (1/E) \cdot \sigma$$

on la constant E és el mòdul de Young del material. Per alguns materials el mòdul de Young per la tracció y la compressió tenen valors diferents.

3.- *Compressió uniforme.*

- En el cas d'una *compressió uniforme*, l'esforç normal, ΔP, actua en totes direccions sobre l'objecte. Com a conseqüència, el seu volum disminueix (ΔV < 0). També en aquest cas la deformació és proporcional a l'esforç.

$$\frac{\Delta V}{V_0} = -\beta|\Delta P| = \frac{1}{\chi}|\Delta P|$$

on β és el coeficient compressibilitat, i χ el mòdul de compressibilitat de l' objecte o material.

FísicaTema5

Propiedades elásticas de los materiales

ÓpticaiOptometría

FísicaTema5

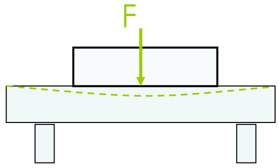
1. Cuerpos elásticos deformables
2a. Tracción
2b. Compresión
3. Compresión uniforme

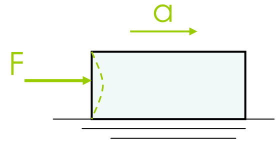
ÓpticaiOptometría

1. Cuerpos elásticos deformables

Efecto de una *fuerza* sobre un cuerpo → **Aceleración**

Efecto de una *fuerza* sobre un cuerpo → **Deformación**





Situación estática:
Solamente deformación.

Situación dinámica:
Deformación + aceleración.

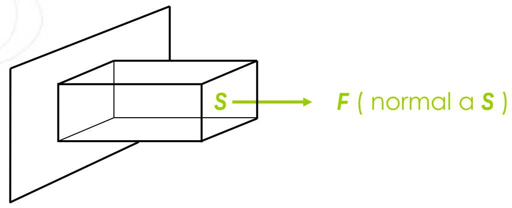
DEFORMACIÓN: cambio de forma y/o tamaño del cuerpo

- **Elástica** → cuando desaparece el esfuerzo el cuerpo **recupera** el tamaño i la forma iniciales (**fuerza** interna **recuperadora**).
- **Plástica** → cuando desaparece el esfuerzo el cuerpo **permanece** deformado

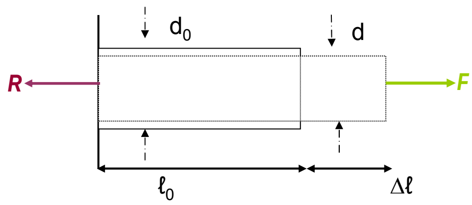
OBJETIVO

Estudiar la **relación** entre la **fuerza** aplicada sobre un cuerpo (sólido) y la **deformación** que se produce como consecuencia.

2.a. Tracción



$F / S = \sigma$
↑
Esfuerzo normal



¿FUERZA RECUPERADORA?

La barra está en **equilibrio** pero las fuerzas que actúan sobre ella tienden a **aumentar** su **longitud** y a **disminuir** su **sección** transversal.

2.a. Tracción

$\Delta\ell / \ell_0 = \varepsilon \rightarrow$ Deformación unitaria longitudinal

$\Delta d = d - d_0 \rightarrow$ Contracción transversal

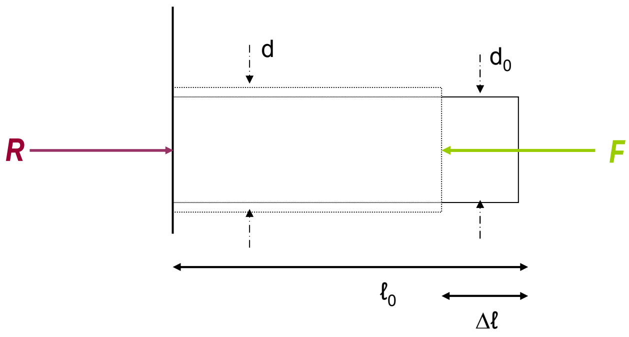
Esfuerzo : tracción $\Rightarrow$ deformación :
- Aumento de la longitud
- Contracción transversal

$\sigma > 0 \; ; \; \varepsilon > 0 \; ; \; \Delta d < 0$

$-\Delta d / do = \mu \cdot \varepsilon$

μ es el Coeficiente Poisson

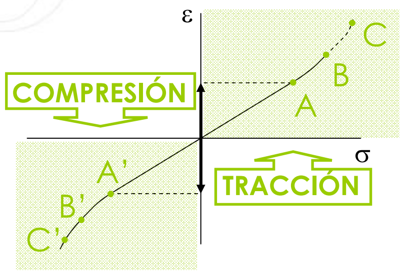
2.b Compresion



Esfuerzo: Compresión ⇒ deformación: • Disminución de la longitud
• Aumento transversal

$\sigma < 0$; $\varepsilon < 0$; $\Delta d > 0$

Relación esfuerzo ⇔ deformación (material fràgil)



0A : Zona elástica proporcional

$\varepsilon = (1/E) \cdot \sigma$ ⇒ Ley de Hooke

constante de proporcionalidad

E (N/m^2): Módulo de Young
(depende del material)

(E: tracción; E': compresión)

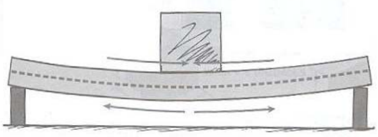
AB: **Zona elástica no proporcional**
B: **Límite elástico**
BC: **Zona plástica** (Deformaciones permanentes)
C: **Punto de rotura**
(coincide con el punto de esfuerzo máximo para los materiales frágiles)

Substancia	Módulo de Young 10^9 N/m^2	Límite de elasticidad s_e 10^7 N/m^2	Rotura a la tracción 10^7 N/m^2	Rotura a la compresión 10^7 N/m^2
Acero	200	30	50	
Aluminio	70	18	20	
Cobre	120	20	40	
Cuarzo	70			
Granito	50			20
Hierro, forjado	190	17	33	
Huesos				
Tracción	16		12	
Compresión	9			17
Ladrillo	20			4
Madera	10			10
Mármol	60			20
Poliestireno	3		5	10
Vidrio, cuarzo fundido	70		5	110

Para un valor dado del esfuerzo deformador:

- **E** $\uparrow \Rightarrow \varepsilon \downarrow$ (**"difícil"** de deformar)
- **E** $\downarrow \Rightarrow \varepsilon \uparrow$ (**"fácil"** de deformar)

FLEXIÓN: Deformación compleja que combina la tracción y la compresión (entre otras).



- Base **inferior** de la biga
  $\Delta\ell > 0 \rightarrow$ **tracción**
- Base **superior** de la biga
  $\Delta\ell < 0 \rightarrow$ **compresión**

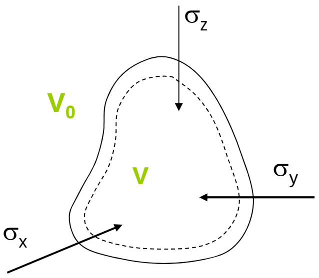
- **E** $\uparrow \Rightarrow$ flexión **"difícil"**
- **E** $\downarrow \Rightarrow$ flexión **"fácil"**

LENTES DE CONTACTO (LC)

- Material **elástico** para **recuperar su forma original** después de cada parpadeo.
- Al cerrarse, **el párpado** aplasta la lente contra la córnea $\rightarrow$ **flexiona la lente** sobre la córnea.
- El **módulo de Young** se considera un **indicador de confort** de la lente.
- **E** $\downarrow \Rightarrow$ **mejor nivel de confort.**

($E \sim 10^6$ N/m^2)

3. Compresión uniforme.



$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \Delta P$$

$$V - V_0 = \Delta V < 0$$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V_0} = -\beta \cdot \Delta P = -\frac{1}{\chi} \cdot \Delta P}$$

3. Compresión uniforme.

β : Coeficiente de Compresibilidad (m^2/N)

$\frac{1}{\beta} = \chi$: Módulo de Compresibilidad (N/m^2)

Cobre (**incompresible**) $\rightarrow \chi_{Cu} = 1{,}4 \cdot 10^{11}\ N/m^2$

Agua (**incompresible**) $\rightarrow \chi_{H2O} = 24 \cdot 10^{9}\ N/m^2$

Gas (**compresible**) $\rightarrow \chi_g = 1{,}4 \cdot 10^{5}\ N/m^2$
(gas diatómico comprimido adiabáticamente a 1 atm)

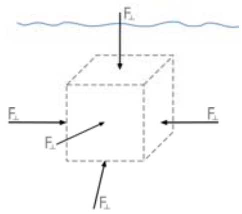
Lliçó 6: ESTÀTICA DE FLUIDS.

1. *Introducció. Generalitats sobre fluids.*

- Els gasos i els líquids són materials que tenen capacitat de "fluir", això vol dir que pot existir un moviment relatiu d'unes parts del material respecte les altres. Per això, anomenem FLUIDS tant als gasos com als líquids.

- Els gasos són fluids compressibles i, per tant, la seva densitat és variable. Els líquids són fluids incompressibles i, per tant, la seva densitat és constant.

2. *Pressió en el si d'un fluid. Principi de Pascal.*

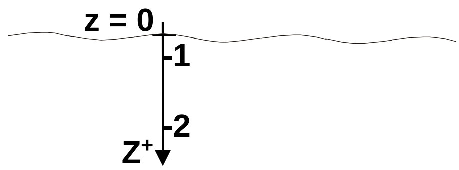


- La pressió d'un fluid és la força normal feta pel fluid per unitat de superfície

$$P = \frac{F_\perp}{S}$$

- El ***principi de Pascal*** estableix que tota pressió aplicada a un fluid confinat en un recipient es transmet íntegrament a tots els punts del fluid i a les parets del dipòsit.

3. *Estàtica de fluids en el camp de la gravetat.*



- En un líquid, com l'aigua, la pressió augmenta linealment amb la profunditat:

$$P_2 - P_1 = \rho g (z_2 - z_1) > 0$$

4. *Mesura de pressions. Unitats de pressió.*

- La pressió en un medi es mesura amb un ***manòmetre.***

- La ***pressió manomètrica***, és la sobrepressió en el medi respecte a la pressió atmosfèrica. Llavors, si *P* és la pressió absoluta en el medi:

$$P_{man} = (P - P_{atm})$$

- La unitat SI de pressió és el pascal (1 Pa = 1N/m^2). Sovint s'utilitzen moltes altres unitats de pressió, com l'atmosfera, el bar, el torr, o el mil·límetre de mercuri. Aquestes unitats es relacionen:

$$1{,}01325 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm} = 1{,}01325 \text{ bar} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr}$$

5. *Principi d'Arquímedes.*

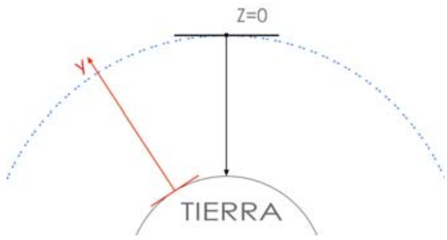
- D'acord amb el principi d'Arquímedes, un cos submergit total o parcialment en un fluid experimenta una força ascensional o ***empenta*** cap amunt igual al pes del fluid desplaçat pel cos.

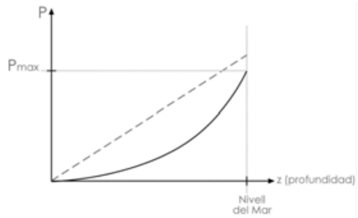
$$E = \rho_{fluid} V_{submergit} g$$

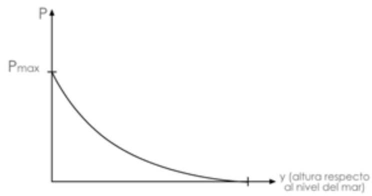
3. Estática de fluidos en el campo de la gravedad

· (b) Fluidos compresibles (gases)

→ Caso particular: presión atmosférica







La presión disminuye exponencialmente con la altitud

4. Unidades de Presión

SI	Pa(Pascal)	$1Pa=1N/1m^2$
Scgs	Baria	1 baria$=1dyn/1cm^2$
		1Pa=10barias

1 bar = 10^5 Pa

1 mbar = 10^2 Pa = 1 HPa

1 atm = $1{,}013\cdot10^5$ Pa = 1013 HPa

1 Torr= 1 mmHg = 133,32 Pa

1 atm = 760 Torr

5. Principio de Arquímedes

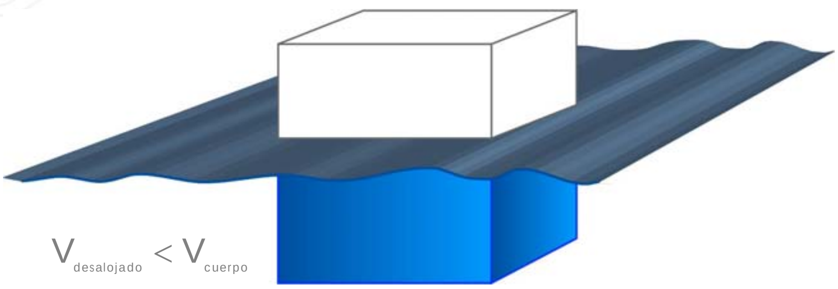
Cuerpo sumergido en un fluido

$$Peso = m_{cuerpo} \cdot g = \rho_{cuerpo} \cdot V_{cuerpo} \cdot g$$

$$E = m_{\substack{fluido \\ desalojado}} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{desalojado} \cdot g$$

Peso > E	El cuerpo se hunde
Peso = E	Equilibrio
Peso < E	El cuerpo va hacia arriba

5. Principio de Arquímedes



$$V_{desalojado} < V_{cuerpo}$$

FLOTACIÓN

Peso = E

$$\rho_{cuerpo} \cdot V_{cuerpo} \cdot g = \rho_{fluido} \cdot V_{desalojado} \cdot g$$

<u>**Lliçó 7: DINÀMICA DELS FLUIDS IDEALS.**</u>

1. *Descripció del moviment d'un fluid ideal. Línies de corrent.*

- Les variables que s'utilitzen per descriure el moviment d'un fluid són la densitat "ρ", la pressió "P" i la velocitat "v".

- Les línies de corrent, són línies tangents al vector velocitat a cada punt de l'espai ocupat pel fluid.

2. *Règims de flux. El fluid ideal.*

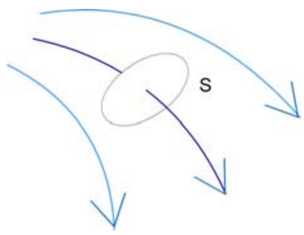
- Un flux o corrent de fluid és ***estacionari*** si la velocitat del fluid a cada punt de l'espai no canvia amb el temps.

- Un flux o corrent de fluid es considera ***laminar*** si el fluid es pot considerar dividit en "capes" o làmines que avancen sense barrejar-se entre si.

- Un flux o corrent de fluid es considera ***ideal*** si les forces de viscositat entre porcions de fluid juguen un paper irrellevant.

3. *Cabal*

- El cabal d'un corrent de fluid es defineix com el volum, *V*, de fluid que travessa, per unitat de temps, una superfície predeterminada, *S*.



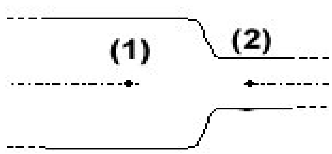
$$C = \frac{Volum}{\Delta t}$$

Per un flux laminar i estacionari es demostra que el cabal depèn de la superfície, *S*, i de la velocitat del fluid, *v* (en el punt on es troba S), d'acord amb l'expressió:

$$C = S \cdot v$$

4. *Equació de continuïtat.*

- En el cas d'un fluid incompressible (líquid) que circula en règim estacionari, el cabal és el mateix en tots els punts del fluid:



$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = \ldots \quad (\textit{equació de continuïtat})$$

5. *Teorema de Bernoulli. Interpretació energètica.*

- El teorema de Bernoulli

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

s'aplica a un fluid ideal que circula en règim estacionari i laminar. L'expressió és vàlida per qualsevol parell de puts (1) y (2) situats sobre una mateixa línia de corrent.

- El teorema es una conseqüència del principi de conservació de l'energia mecànica.

6. *Aplicacions del teorema de Bernoulli.*

- Per a fluxos horitzontals ($y_1 = y_2$) s'arriba a l'important resultat de que la pressió disminueix quan augmenta la velocitat del fluid. Aquest resultat es coneix amb el nom d'*efecte Venturi*.

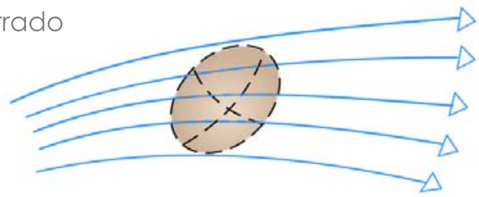
FísicaTema7

Dinámica de los Fluidos ideales

4. Ecuación de continuidad

Principio de Conservación de la Masa

Φ: elemento de volumen
o recinto cerrado



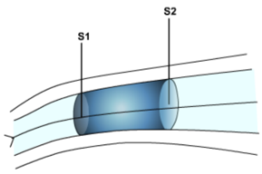
Δt : Intervalo de tiempo

$$M_{\text{entra en }\Phi} - M_{\text{sale de }\Phi} = \Delta M_{\text{en }\Phi}$$

4. Ecuación de continuidad

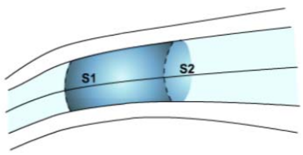
Flujo estacionario y laminar

Flujo Estacionario ⇨ $\Delta M = 0$
Flujo Laminar ⇨ Φ = Tubo de corriente



Las paredes del tubo son tangentes a las líneas de corriente ↔ el fluido solamente entra en Φ a través de S_1 y solamente sale a través de S_2

4. Ecuación de continuidad



$$M_{\text{entra en }\Phi} = V_{\text{entra en }\Phi} \cdot \rho_1 = S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t \cdot \rho_1$$

$$M_{\text{sale de }\Phi} = V_{\text{sale de }\Phi} \cdot \rho_2 = S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t \cdot \rho_2$$

$$\Delta M = 0 \Leftrightarrow S_1 \cdot v_1 \cdot \Delta t \cdot \rho_1 = S_2 \cdot v_2 \cdot \Delta t \cdot \rho_2$$

4. Ecuación de continuidad

- Fluido compresible (gases)

$S_1 \cdot v_1 \cdot \rho_1 = S_2 \cdot v_2 \cdot \rho_2 \Longrightarrow$ Ecuación de Continuidad

- Fluido incompresible (líquidos)

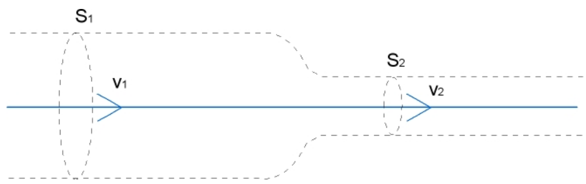
$\rho_1 = \rho_2$

$S_1 \cdot v_1 \cdot \cancel{\rho_1} = S_2 \cdot v_2 \cdot \cancel{\rho_2}$

$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Longrightarrow$ Ecuación de Continuidad

4. Ecuación de continuidad

Cañería que se estrecha

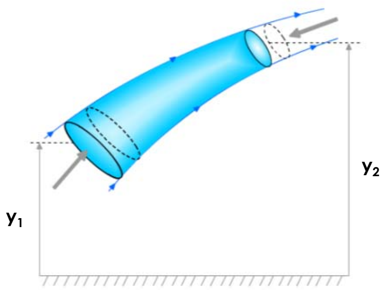


$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2$

$S_1 > S_2 \leftrightarrow v_1 < v_2 \Longrightarrow$ Para los fluidos incompresibles la velocidad aumenta cuando la canalización se estrecha.

5. Teorema de Bernoulli. Interpretación Energética

Fluido incompresible en movimiento estacionario y laminar.



5. Teorema de Bernoulli. Interpretación Energética

Aplicación del principio de conservación de la energía a una masa de fluido ascendente

Situación Inicial Comprendida entre 1 y 2	Δt →	**Situación Final** Comprendida entre 1' y 2'

5. Teorema de Bernoulli. Interpretación Energética

- Conservación de la energía

$E_{1,2} + W^{no\ cons} = E_{1',2'} \leftrightarrow W^{no\ cons} = \Delta\, \varepsilon_C + \Delta U^g$

- $W^{no\ cons}$!Las fuerzas debidas a la presión del fluido son no conservativas!

$P_1 \Rightarrow F_1 = P_1 \cdot S_1$ (Empuja el fluido en un movimiento ascendente).
$P_2 \Rightarrow F_2 = P_2 \cdot S_2$ (Opuesta al movimiento ascendente).

$W^{no\ cons} = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \cos 0° + F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \cos 180° = P_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1 - P_2 \cdot S_2 \cdot \Delta x_2$

$S_1 \cdot \Delta x_1 = S_2 \cdot \Delta x_2 = \Delta V$ (fluido Incompresible, flujo estacionario)

$W^{no\ cons} = (P_1 - P_2)\ \Delta V$

FísicaTema7

5. Teorema de Bernoulli. Interpretación Energética

- $\Delta\, \varepsilon_C = (\varepsilon_C)_{1',2'} - (\varepsilon_C)_{1,2} = [(\varepsilon_C)_{1',2} + (\varepsilon_C)_{2,2'}] - [(\varepsilon_C)_{1,1'} + (\varepsilon_C)_{1',2}] =$
$= (\varepsilon_C)_{2,2'} - (\varepsilon_C)_{1,1'}$

Si $\boxed{\begin{array}{l} S_1, \Delta x_1 \\ S_2, \Delta x_2 \end{array}}$ suficientemente pequeños, entonces $\boxed{\begin{array}{l} v_1 \\ v_2 \end{array}}$

$$\Delta\, \varepsilon_C = \frac{1}{2} m_{2,2'}\ v_2^2 - \frac{1}{2} m_{1,1'}\ v_1^2$$

$m_{2,2'} = m_{1,1'} = \Delta m$ (flujo estacionario)

$$\Delta\, \varepsilon_C = \frac{1}{2} \Delta\, m\ (v_2^2 - v_1^2)$$

- $\Delta\, U^g = (U^g)_{1',2'} - (U^g)_{1,2} = mg\ (y_2 - y_1)$

Argumentación idéntica a la utilizada para la energía cinética.

5. Teorema de Bernoulli. Interpretación Energética

Conclusión:

$$(P_1 - P_2)\,\Delta V = \frac{1}{2}\Delta m\,(v_2^2 - v_1^2) + \Delta m \cdot g\,(y_2 - y_1)$$

$$\Delta m = \rho\,\Delta V$$

$$(P_1 - P_2)\,\Delta V = \frac{1}{2}\rho\,\Delta V\,(v_2^2 - v_1^2) + \rho\,\Delta V \cdot g\,(y_2 - y_1)$$

$$\boxed{P_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot y_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\,v_2^2 + \rho \cdot g \cdot y_2}$$

Lliçó 8: DINÀMICA DELS FLUIDS VISCOSOS.

1. *Moviment dels fluids reals. Viscositat.*

- El mòdul de la força viscosa per unitat de superfície que s'observa entre dues capes de fluid adjacents que es desplacen amb velocitats diferents ve donada per:

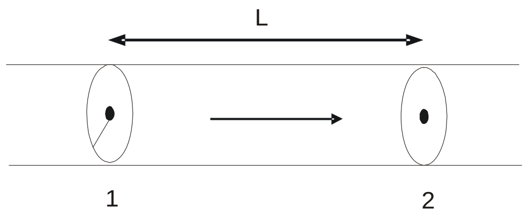
$$\frac{|F_{visc}|}{S} = \eta \frac{|\Delta v|}{\Delta y}$$

  on *η* és el coeficient de viscositat del fluid; *Δv* es la diferència entre les velocitats; i *Δy* el gruix de les capes.

- Les unitats de *η* en el SI son els (Pa·s).

2. *Flux laminar de un fluid viscós por un tub*

- En el caso de un fluid real o viscós que circula por un tub cilíndric horitzontal, la pressió va disminuint progressivament, d'acord amb la llei de Hagen-Poiseuille, quan el flux és laminar y estacionari.



$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta LC}{\pi R^4} > 0$$

  on "*η*" es la viscositat, "*L*" la longitud del tram del tub considerat, "*R*" el radi del tub i "*C*" el cabal.

3. *Llei de Stokes. Sedimentació.*

- Un objecte que es mou en el si d'un fluid viscós amb velocitat, *v*, relativament petita, experimenta una força contrària al moviment, o *força de resistència*, deguda a la viscositat del fluid. Quan l'objecte és un sòlid de forma esfèrica, el valor d'aquesta força és:

$$F_r = 6\pi r v \eta$$

  on *r* és el radi de l'esfera i η el coeficient de viscositat del fluid. Aquesta fórmula és la llei de Stokes.

FísicaTema8

Dinámica de los Fluidos Viscosos

1. Movimiento de fluidos reales. Viscosidad.
2. Flujo laminar y estacionario de un fluido viscoso por un tubo: Ley de Hagen-Poiseuille
3. Ley de Stokes. Sedimentación

1. Movimiento de fluidos reales. Viscosidad.

- Para estudiar el movimiento de los fluidos reales, se deben tener en cuenta las fuerzas viscosas.

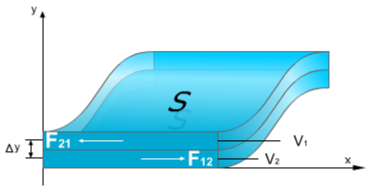
- Las fuerzas viscosas se ponen de manifiesto entre porciones de fluido en contacto que se mueven a velocidades diferentes. Se trata de fuerzas disipativas similares al rozamiento.

- En este tema estudiaremos el comportamiento de los fluidos teniendo en cuenta las fuerzas viscosas, en el caso de flujos laminares y estacionarios.

1. Movimiento de fluidos reales. Viscosidad.

- Consideramos dos capas de fluido adyacentes

$$\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = F_{visc}$$



- Se comprueba experitalmente que: $\frac{F_{visc}}{S} = \eta \left|\frac{\Delta v}{\Delta y}\right|$

- η: Coeficiente de viscosidad (o viscosidad) para cada fluido $\eta = \eta(T)$

- Unidades de η

SI	Pa · s
Scgs	Po (Poise)

1 Pa · s = 10 Po

2. Flujo laminar y estacionario de un fluido viscoso por un tubo: Ley de Hagen-Poiseuille

- Tubo horizontal cilíndrico (cañerías y conducciones urbanas, arterias y venas humanas)
- Flujo laminar y estacionario

❖ para describir la posición de cada capa utilizaremos la coordenada radial: r

❖ La coordenada ℓ es paralela al tubo

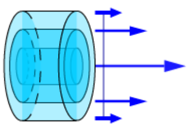
❖ La pared del tubo está situada en r=R, siendo R el radio del tubo. El eje del tubo está situado en r = 0.

- La ecuación de Bernouilli **no** es valida para fluidos reales o viscosos

2. Flujo laminar y estacionario de un fluido viscoso por un tubo: Ley de Hagen-Poiseuille

- Se comprueba experimentalmente que en el caso planteado la velocidad de fluido es máxima sobre el eje del tubo (r=0) y nula para la capa en contacto con la pared del tubo.
- La expresión matemática correspondiente a v(r), la velocidad de cada capa de fluido es:

$$v(r)=\frac{(P_1-P_2)}{4\ell\eta}\underbrace{(R^2-r^2)}_{\text{Perfil parabólico}} \quad \begin{cases} r=0 \rightarrow v_{máxima} \\ r=R \rightarrow v=0 \end{cases}$$



2. Flujo laminar y estacionario de un fluido viscoso por un tubo: Ley de Hagen-Poiseuille

- La expresión de la velocidad se deduce igualando las fuerzas que actúan sobre cada capa de fluido.

$(P_1$-$P_2) \rightarrow$ fuerza a favor del movimiento

$\eta \rightarrow$ fuerza de viscosidad contraria al movimiento

- A partir de la expresión de la velocidad se deduce la expresión del caudal.

$$\boxed{C = \int_S v\,ds = \frac{(P_1 - P_2)\cdot \pi R^4}{8\ell\eta}} \Rightarrow \text{Ley de Hagen-Pouiseuille}$$

FísicaTema8

2. Flujo laminar y estacionario de un fluido viscoso por un tubo: Ley de Hagen-Poiseuille

- Despejando $(P_1$-$P_2)$ de la expresión del caudal se obtiene

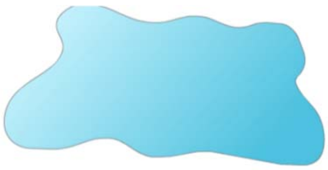
$$(P_1 - P_2) = \frac{8\ell\eta C}{\pi R^4} > 0 \Rightarrow \boxed{P_1 > P_2}$$

Pérdida de carga

- Flujo laminar y estacionario de un fluido IDEAL por un tubo horizontal cilíndrico.
  - Teorema de Bernouilli $\Rightarrow$ $P_1 = P_2$

3. Ley de Stokes. Sedimentación

- Objeto que se mueve a velocidad $\vec{v}$ en el seno de un fluido real o viscoso



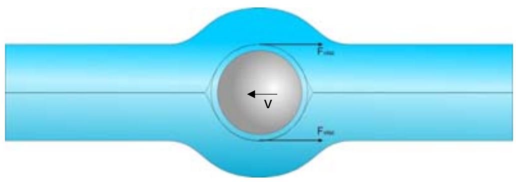
F (contraria al movimiento)

- En este apartado se describe el origen de esta fuerza en el caso de objetos que se muevan con velocidades relativamente pequeñas (flujo laminar)

3. Ley de Stokes. Sedimentación

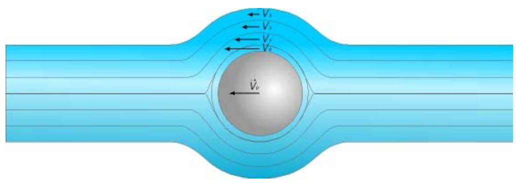
- Objeto esférico-sólido

El objeto avanza con una capa de fluido unida a él.



Ley de Stokes $\rightarrow \sum F_{visc} = F_{stokes} = 6\pi\eta r v$

η : Viscosidad fluido
r : Radio objeto
v : Velocidad objeto



3. Ley de Stokes. Sedimentación

- Objeto = Esfera gaseosa

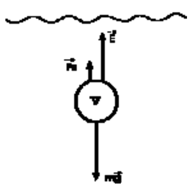
  $F_{stokes} = 4\pi\, \eta\, r\, v$

- Objeto cualquiera

  $F_{stokes} = B\, \eta\, r\, v \quad \begin{cases} \text{B: Coeficiente de forma} \\ \text{r: Dimensión transversal del objeto} \end{cases}$

3. Ley de Stokes. Sedimentación

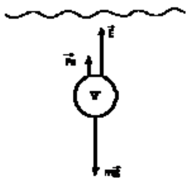
- Aplicación de la ley de Stokes al caso de sedimentación (Movimiento de objetos en un fluido bajo la acción del peso)



$$\begin{cases} mg = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\cdot \rho_{obj}\cdot g \rightarrow \text{constante} \\ E = \left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\cdot \rho_{f\ell}\cdot g \rightarrow \text{constante} \\ F_s = 6\eta\pi r v \rightarrow \text{depende de v} \end{cases}$$

3. Ley de Stokes. Sedimentación

- Instante inicial: ***t=0*** $\rightarrow$ v = v_0 = 0



$$\rho_{obj} > \rho_{f\ell} \Rightarrow mg > E \Rightarrow \left(m\vec{g} + \vec{E}\right) = \begin{cases} \neq 0 \\ \text{Vertical} \\ \text{Hacia abajo} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{a} \begin{cases} \neq 0 \\ \text{Vertical} \\ \text{Hacia abajo} \end{cases}$$

aceleración de cuerpo

3. Ley de Stokes. Sedimentación

- Instante $t_1 > 0$

$$\vec{v} = \begin{cases} \text{módulo creciente} \\ \text{vertical} \\ \text{hacia abajo} \end{cases} \qquad \vec{F}_s = \begin{cases} \neq 0 \\ \text{vertical} \\ \text{hacia arriba} \end{cases}$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{g} + \vec{E} + \vec{F}_s = \begin{cases} (mg - E - F_s)\text{: módulo decreciente} \\ \text{vertical} \\ \text{hacia abajo} \end{cases}$$

3. Ley de Stokes. Sedimentación

(*el módulo de la resultante de las fuerzas va decreciendo hasta que en un determinado*)
- instante $t_2 > t_1$

$$\sum \vec{F} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(mg - E - F_s) = a = 0 \quad (1)} \Leftrightarrow v = \text{constante a partir de este instante}$$

entonces la velocidad recibe el nombre de velocidad limite, de sedimentación o de régimen $\rightarrow v = v_\ell$

FísicaTema8

3. Ley de Stokes. Sedimentación

Conociendo las características del objeto y del fluido la expresión (1) permite calcular la velocidad límite

$$v_\ell = \frac{mg - E}{6\pi r \eta} = \frac{\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right)\left(\rho_{obj} - \rho_{\rho\ell}\right)g}{6\pi r \eta} = \frac{2r^2}{9\eta}\left(\rho_{obj} - \rho_{f\ell}\right)g$$

- EJEMPLOS
  - ❖Sedimentación de fangos en las plantas depuradoras
  - ❖Plancton marino
  - ❖**Ascenso** de burbujas en las bebidas gaseosas

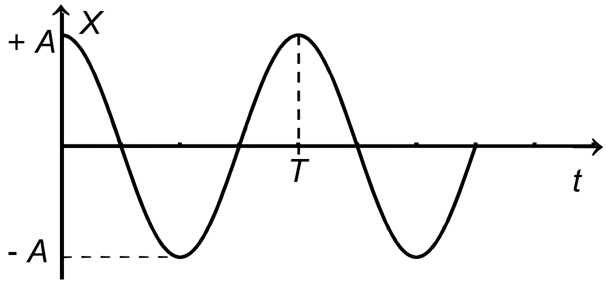
Lliçó 10: OSCIL·LACIONS

1. Moviment harmònic simple. Equacions de moviment

- La posició *x* d'una partícula amb moviment harmònic simple, *mhs*, ve donada per:

$$x = A\cos(\omega t + \delta)$$

- on *A* es l'amplitud, ω la freqüència angular y δ és la fase inicial. El moviment físic de la partícula descrit per aquesta equació és una oscil·lació simètrica respecte al punt $x = 0$. La representació gràfica de l'oscil·lació permet visualitzar el temps corresponent a una oscil·lació completa, anomenat període (*T*).



- La velocitat y l'acceleració de la partícula que oscil·la amb un *mhs* venen donades, respectivament, per:

$$v = -A\omega\sin(\omega t + \delta) \qquad a = -A\omega^2\cos(\omega t + \delta) = -\omega^2 x$$

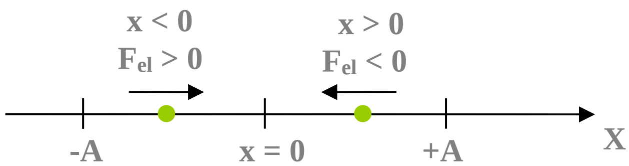
- L'acceleració és proporcional a la posició, *x*, amb signe contrari.

- La freqüència ν d'un *mhs* es defineix com el número d'oscil·lacions per segon realitzades per la partícula. Per tant, és la inversa del període. Ambdues magnituds depenen de la freqüència angular segons les expressions.

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \qquad \nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

2. Moviment d'una massa unida a una molla. Energia potencial elàstica

- El moviment d'oscil·lació d'una massa unida a una molla és un exemple de *mhs*. La força que exerceix la molla sobre la massa és proporcional a la deformació *x* de la molla o, el que és equivalent, al desplaçament del cos respecte a la posició d'equilibri. Si F_{el} es l'única força que actua sobre la massa, llavors la seva acceleració també resulta proporcional a la posició.



$$F_{el} = -kx \qquad a = \frac{F_{el}}{m} = -\frac{k}{m}x$$

La constant de proporcionalitat, *k*, és la constant elàstica de la molla.

- En aquest cas la freqüència angula ω i el període *T* resulten:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- L’energia potencial d’una massa que oscil·la unida a una molla de constant elàstica *k* és:

$$U^{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

on *x* és el desplaçament del cos respecte a la posició d’equilibri, que es pren com a punt de referència.

- L’energia mecànica del moviment harmònic simple és proporcional al quadrat de l’amplitud. En el cas d’una massa que oscil·la unida a una molla, de constant elàstica *k*, és:

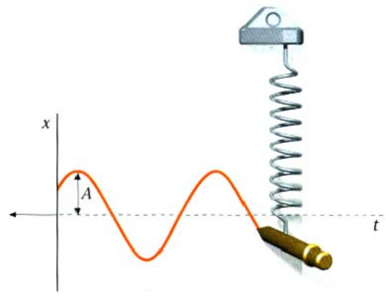
$$E = \varepsilon_c + U^{el} = \frac{1}{2}kA^2$$

3. *Oscil·lacions amortides*

- En les oscil·lacions dels sistemes reals, el moviment és amortit degut a les forces de fregament o fricció, o a d’altres forces que dissipen energia. Si l’amortiment és més gran que cert valor crític, , el sistema no oscil·la sinó que retorna simplement a la seva posició d’equilibri quan és pertorbat.

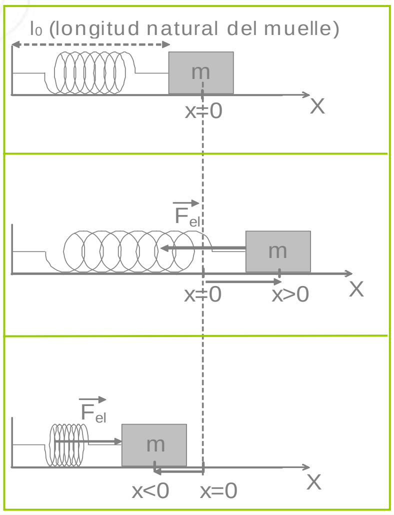
1. Movimiento armónico simple. Ecuaciones de movimiento.

Movimiento armónico simple. Ecuaciones de movimiento



$x(t) = A\cos(wt + \delta)$

2. Oscilación de una masa unida a un muelle. Energía potencial elástica.



$\boxed{\vec{F}_{el} = -k\cdot\vec{x}}$ LEY DE HOOKE

k: constante elàstica del muelle

Tema 11: DESCRIPCIÓ DEL MOVIMENT ONDULATORI EN UNA DIMENSIÓ

1. *Introducció*

- Una ona es una "pertorbació" que es propaga en un medi. El terme "pertorbació" significa "canvi" d'un magnitud física. En el cas de les ones en una corda, la pertorbació és un desplaçament vertical de les partícules de la corda.

- En les ones transversals, com ara les ones en una corda, la pertorbació és perpendicular a la direcció de la propagació. En les ones longitudinals, com ara les ones sonores, la pertorbació és paral·lela a la direcció de propagació.

- La propagació comporta transport d'energia i de quantitat de moviment al llarg dels punts del medi.

2. *Funció d'ona*

- Qualsevol pertorbació que e propagui en un medi unidimensional (que es fa coincidir amb l'eix *X*) es descriu matemàticament mitjançant funcions de tipus:

$$f(x,t)=f(x-vt) \quad [1] \qquad \text{o bé} \qquad f(x,t)=f(x+vt) \quad [2]$$

on *x* localitza els punts del medi, *t* és el temps, i *v* és la velocitat de propagació, o velocitat a la que es desplaça la pertorbació en el medi. La funció [1] correspon a una pertorbació que es propaga en el sentit creixent de l'eix *X* i la funció [2] a una que es propaga en sentit contrari.

3. *Velocitat de propagació d'un pols en una corda*

- La velocitat d'una ona depèn de les propietats elàstiques del medi, i és independent del moviment de la font que produeix les ones. En el cas d'una corda, la velocitat de les ones depèn de la tensió de la corda i de la seva massa per unitat de longitud, μ, mitjançant l'expressió:

$$v=\sqrt{\frac{Tensió}{\mu}}$$

4. *Reflexió i transmissió de pols*

- Si una pertorbació arriba a un punt on hi ha un canvi de medi llavors, en part es reflecteix, tornant pel medi on venia, i en part es transmet cap al segon medi.

5. *Ones harmòniques en una dimensió*

- En el cas de les *ones harmòniques*, la pertorbació varia sinusoïdalment amb el temps i l'espai. La funció d'ona és:

$$y\,(x,y)=y_0\sin\left[k\left(x-vt\right)+\delta\right]=y_0\sin\left(kx-wt+\delta\right)$$

on y_0 és l'amplitud d'ona, k és una constant anomenada número d'ona, $w = k \cdot v$ és la freqüència angular i δ és la fase inicial de l'ona.

6. Paràmetres que caracteritzen una ona harmònica

- La longitud d'ona, λ, és la distància mínima entre dos punts del medi per als quals el valor de la funció d'ona és el mateix en tot instant de temps. Coincideix amb la distancia entre crestes successives de l'ona.

- El període, T, de l'ona és el temps que tarda la funció d'ona en un punt, en repetir-se a si mateixa. Coincideix amb el període del moviment harmònic que genera l'ona.

- La freqüència, ν, és el número de vegades per segon que la funció d'ona d'un punt es repeteix a si mateixa ($\nu = 1/T$).

- Les constants k i ω estan relacionades amb la longitud d'ona i el període mitjançant les expressions:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

- La velocitat d'una ona harmònica està relacionada amb les constants descrites en aquest apartat d'acord amb:

$$v = \nu\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

7. Energia d'una ona harmònica

- L'energia transmesa per una ona harmònica és proporcional al quadrat de l'amplitud de l'ona $E \propto (y_0)^2$.

8. Equació d'ona

- Qualsevol funció que descriu correctament una pertorbació que es propaga obeeix l'equació d'ona, que relaciona les derivades espacials de la funció d'ona amb les derivades temporals:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2} = \frac{1}{v^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

9. Ones sonores

- Una ona sonora és una vibració de partícules d'aire que es propaga per col·lisió. Les ones sonores són *longitudinals*.

- Les ones sonores es generen mitjançant la vibració d'un objecte material (diapasó, cordes bucals, membrana d'alta veu...) que provoca la vibració de partícules d'aire.

- La descripció matemàtica d'una ona sonora unidimensional que es propaga d'esquerra a dreta en la direcció horitzontal, paral·lela a l'eix x és:

$$s(x,t) = s_0 \sin(kx - \omega t)$$

  on
  - s és el desplaçament horitzontal d'una partícula d'aire respecte a la seva posició d'equilibri.
  - x és la posició d'equilibri de cada partícula.
  - s_0 és l'amplitud de l'oscil·lació i la resta de paràmetres són comuns a les ones ja estudiades.

- La velocitat de propagació del so en l'aire (T = 20ºC) és v = 340 m/s.

FísicaTema11

Descripción del movimiento ondulatorio en una dimensión

ÒpticaiOptometria

0. Introducción: ondas mecánicas.

- Onda: Perturbación que se propaga
- Ondas mecánicas.

  -Perturbación: movimiento de partículas materiales.

  -Propagación: debida a la interacción entre las partículas del medio.

  $\underbrace{\text{-“Fenómenos ondulatorios” + descripción “matemática”.}}_{\text{Común para cualquier tipo de onda}}$

  -Ondas mecánicas 1D: caso más sencillo.

0. Introducción: ondas mecánicas.

Fuente	Medio	Receptor
Punto donde se **genera** la perturbación mediante una **fuerza externa**	**propagación**	Se pone en movimiento (se perturba) debido a la propagación. Cualquier punto del medio es “receptor”.

Figura extraída de Paul G. Hewitt. Física conceptual, novena edición. PEARSON EDUCACIÓN, Mexico, 2004

1. Pulso de onda. Pulso longitudinal y transversal.

• "Sacudida" vertical en el extremo de una cuerda tensa horizontal → la forma de la cuerda varia con el tiempo tal y como indica la animación.

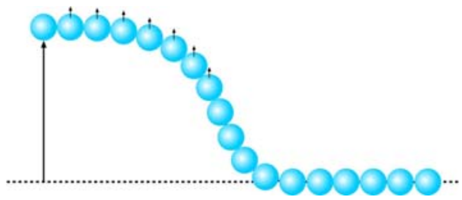
La deformación producida recorre la cuerda

perturbación | propagación | medio

• Caso estudiado → Pulso

1. Pulso de onda. Pulso longitudinal y transversal.

• La <u>propagación</u> es posible gracias a las fuerzas "elásticas" de interacción (enlace) entre las "partículas" de la cuerda.



• La propagación del pulso:

-No implica transporte de materia

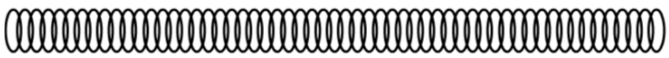
-Movimiento vertical de las partículas de la cuerda → ENERGÍA y CANTIDAD DE MOVIMIENTO que se transmite "de cada partícula a la siguiente".

1. Pulso de onda. Pulso longitudinal y transversal.

- Onda (pulso) transversal

Dirección de la perturbación (vertical) $\perp$ Dirección de propagación (horizontal)

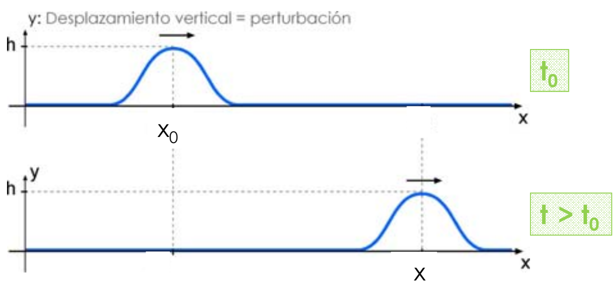
- Onda (pulso) longitudinal



Dirección de la perturbación (horizontal) // Dirección de propagación (horizontal)

2. Función de onda.

- Medio ↔ coordenada *x*
- Perturbación = desplazamiento vertical ↔ coordenada *y*
  - *y = f(x,t)*: el desplazamiento vertical de las partículas es diferente en cada **punto** de la cuerda i en cada instante de **tiempo**.



$$v = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (m/s)$$

- Velocidad de propagación ↔ sentido positivo eje *X*.

2. Función de onda.

- Descripción de la propagación: lo que se observa en (x,t) es **lo mismo** que se observaba en (x_0, t_0).

$$f(x,t) = f(x_0,t_0) = f((x-vt),0) \equiv f(x-vt)$$

$x_0 = x - vt$

$t_0 = 0$

La relación entre **x** y ***t*** no puede ser cualquiera. Depende de la **velocidad de propagación.**

2. Función de onda.

- En general, cualquier función del tipo:

$$f(x,t) = f\,(x\text{-}vt)$$

describe una perturbación que se propaga

→ En el ejemplo del pulso longitudinal en un muelle, la perturbación que se propaga es una compresión de las anillas, ΔP.

$$\Delta P\,(x,t) = \Delta P\,(x\text{-}vt)$$

- Si la perturbación se propaga en el sentido negativo del eje X (de derecha a izquierda)

$$f(x,t) = f(x+vt)$$

3. Velocidad de propagación de un pulso en una cuerda.

• Para cualquier onda, la velocidad de propagación depende exclusivamente de las propiedades del medio en que se propaga.

• En el caso de un pulso (o cualquier perturbación transversal) en una cuerda:

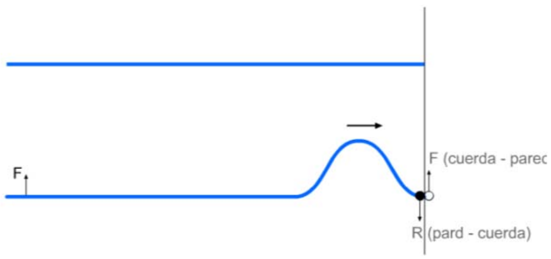
- ***Tensión***
- μ (Kg/m): Densidad lineal

$$v = \sqrt{\frac{Tensión}{\mu}}$$

4. Reflexión y Transmisión de pulsos.

• Para cualquier onda, cuando hay un cambio de medio se producen los fenómenos de REFLEXIÓN y TRANSMISIÓN

<u>Ejemplo1</u>: Reflexión de un pulso en una cuerda fijada por un extremo



La pared "absorbe" la perturbación

4. Reflexión y Transmisión de pulsos.

Ejemplo2: Reflexión y transmisión de un pulso en el punto de unión entre dos cuerdas de distinta densidad lineal.

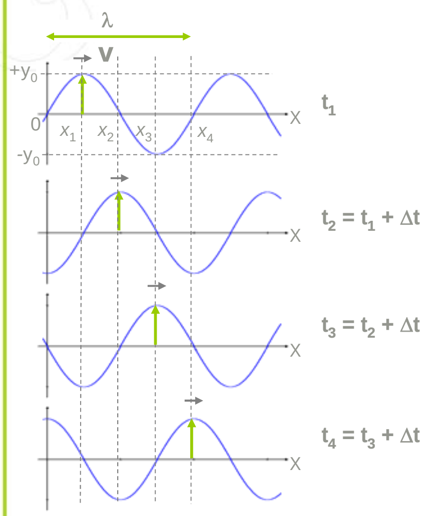
5. Ondas armónicas en una dimensión.

• En el caso de una cuerda tensa infinitamente larga, si se impone un ***mas*** sobre uno de sus extremos, la cuerda "se ondula" y las ondulaciones "recorren" la cuerda (se propagan) como pasaba en el caso del pulso.

• La perturbación que se propaga es un movimiento vertical de las partículas, un ***mas***, desde $+y_0$ a $-y_0$.

• Cualquier onda puede describirse como una suma de ondas armónicas.

5. Ondas armónicas en una dimensión.



• Propagación: la "cresta" de la onda se sitúa sobre todos los puntos de cuerda sucesivamente.

velocidad de propagación

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2}$$

• ***mas*** ($+y_0$, $-y_0$) de cada uno de los puntos de la cuerda.

5. Ondas armónicas en una dimensión.

DESCRIPCIÓN MATEMÁTICA DE UNA ONDA ARMÓNICA

$t_1 = 0$

$y\,(x{,}0) = y_0 \sin\,(kx + \delta)$

CONSTANTES

- y_0 : amplitud del mas (m)
- k: número de onda (m^{-1})
- δ : fase inicial (rad)

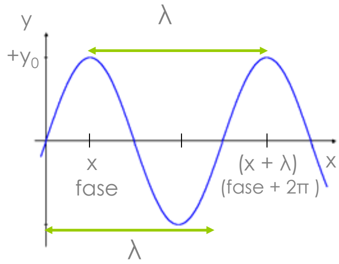
➢ Tiempo *t* genérico posterior al inicial

$$y(x,t) = y((x - vt),0) = y_0 \sin(k(x - vt) + \delta) \quad \textit{propagación}$$

$$y(x,t) = y((x + vt),0) = y_0 \sin(k(x + vt) + \delta) \quad \textit{propagación}$$

6. Parámetros que caracterizan una onda armónica.

- Amplitud: y_0 (m) (caso de la cuerda)
- Fase: $(k(x - vt) + \delta)$ (rad) → información sobre la propagación.
- Fase inicial: δ (rad) → fase en x = 0 y $t = 0 \rightarrow f(0,0) = y_0 \sin\delta$
- Número de onda: k (m^{-1}) = $\dfrac{d(\text{fase})}{dx}$
- Longitud de onda: λ (m) → **Distancia** mínima entre dos puntos del medio (cuerda) para los que la **función de onda tiene el mismo valor** en todo instante de tiempo.

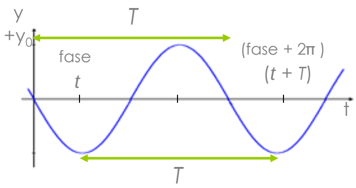


$$k(x+\lambda-vt)=k(x-vt)+2\pi$$

$$\lambda=\frac{2\pi}{k}$$

6. Parámetros que caracterizan una onda armónica.

- Frecuencia angular: ω (rad/s) $= \dfrac{-d(\text{fase})}{dt} = kv$
- Periodo: T(s) → **Tiempo** que tarda la función de onda en un punto **en repetirse a si misma**. Coincide con el periodo del “mas” que se propaga.



$$k(x-v(t+T))=k(x-vt)+2\pi$$

$$T=\frac{2\pi}{kv}=\frac{2\pi}{\omega}$$

- Frecuencia: ν (Hz) → **Número de veces por segundo**, que la función de onda en un punto se repite a si misma. Coincide con la frecuencia del “mas” que se propaga.

$$\nu=\frac{1}{T}=\frac{\omega}{2\pi}$$

6. Parámetros que caracterizan una onda armónica.

Relaciones útiles entre los parámetros descritos:

$$\underset{\text{frecuencia angular}}{w} = 2\pi \overset{\text{frecuencia}}{\nu} = \frac{2\pi}{\underset{\text{periodo}}{T}} \qquad \overset{\text{velocidad de propagación}}{v} = \frac{w}{\underset{\text{número de onda}}{k}} = \frac{\overset{\text{longitud de onda}}{\lambda}}{T} = \lambda \cdot \nu$$

6. Parámetros que caracterizan una onda armónica.

- Expresión más frecuente de la función correspondiente a una onda armónica:

$$y(x,t) = y_0 \sin(kx - wt + \delta) = y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) + \delta\right]$$

$$y(x,t) = y_0 \sin(kx + wt + \delta) = y_0 \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} + \frac{t}{T}\right) + \delta\right]$$

7. Energía e intensidad de una onda armónica.

•Onda → Transporte de energía: se describe mediante la **intensidad** (irradiancia), I.

Energía transmitida por unidad de tiempo

$$\boxed{I = \frac{\Delta E / \Delta t}{A} \left(\frac{W}{m^2} \right)}$$

Área

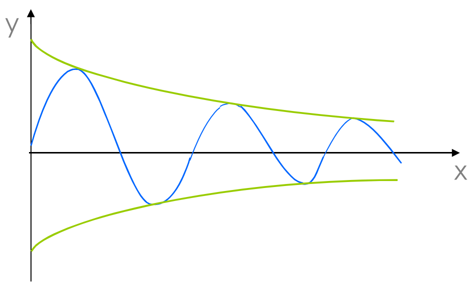
{ Constante en el caso de medios 1D (cuerda)

mas $\boxed{\Delta E, I \propto y_0^2}$ (muelle ↔ fuerzas de enlace)

7. Energía e intensidad de una onda armónica.

ABSORCIÓN

Si el medio por donde se propaga la onda no es perfectamente elástico, la energía asociada a la perturbación disminuye a medida que la perturbación avanza en el medio → la amplitud de la onda disminuye.



La energía de la onda es absorbida por el medio

8. La ecuación de onda.

• Cualquier función.

f(x - vt) , *f(x+vt)* , combinación lineal de ellas.

Satisface la siguiente ecuación diferencial.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

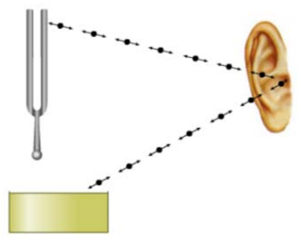
•La función ***f*** describe una perturbación que se propaga y ***v*** es la velocidad de propagación.

9. Ondas sonoras.

• Onda sonora: vibración de partículas de aire que se propaga por colisión.

Vibración de partículas → Variaciones en la presión y la densidad del aire → Ondas de presión

•Fuente: Vibración de un objeto material (diapasón, cuerdas bucales, cuerda de instrumento, membrana altavoz…)

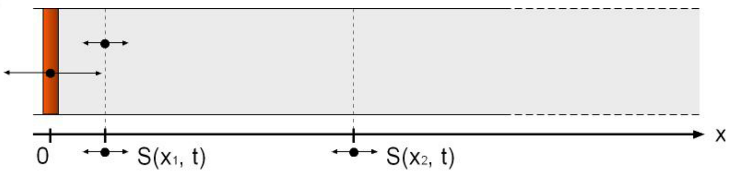


→ Oscilación membrana tímpano → audición

ONDA LONGITUDINAL

9. Ondas sonoras.

- Descripción matemática – caso 1D



Desplazamiento horizontal respecto a la posición de equilibrio

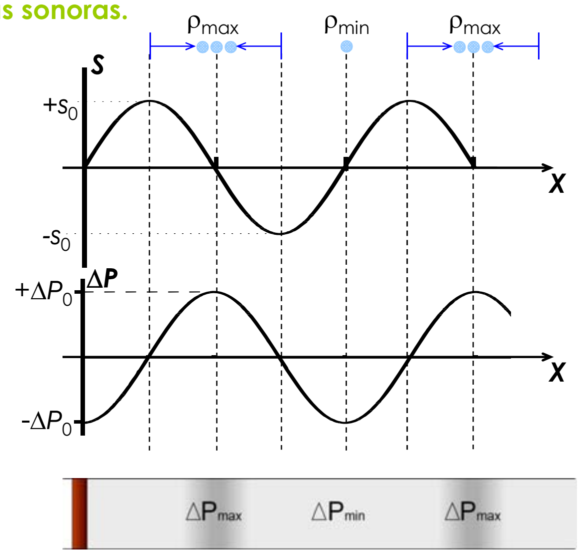
Amplitud de oscilación

$$s(x,t)=s_0\sin(kx-wt+\delta)$$

Posición de equilibrio

Posible fase inicial

9. Ondas sonoras.



t_0

9. Ondas sonoras.

- Velocidad de propagación del sonido.

$$v = \sqrt{\frac{\chi}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

Gas ideal

20 °C ⟶ **v**= 340 m/s

0 °C ⟶ **v**= 331 m/s

Tema 12: SUPERPOSICIÓ D'ONES 1D

1. *Interferència. Superposició*

- Quan dues o més ones es troben en un punt diem que es produeix una interferència entre elles.

- PRINCIPI DE SUPERPOSICIÓ: quan dues o més ones interfereixen en un punt, la pertorbació resultant és la suma de les pertorbacions que produiria cada ona separadament. Per tant, la funció d'ona resultant s'obté sumant les funcions de les ones que interfereixen.

$$f_R = f_1 + f_2 + \ldots$$

2. *Superposició de dues ones harmòniques*

- Quan interfereixen dues ones harmòniques, y_1 i y_2,

$$y_1 = y_0 \sin(kx - \omega t) \qquad y_2 = y_0 \sin(kx - \omega t + \delta)$$

que es propaguen en el mateix sentit amb les mateixes amplitud, freqüència i longitud d'ona, i una diferència de fase δ, la funció d'ona resultant és:

$$y_R = 2y_0 \cos(\delta / 2) \sin(kx - \omega t + \delta / 2)$$

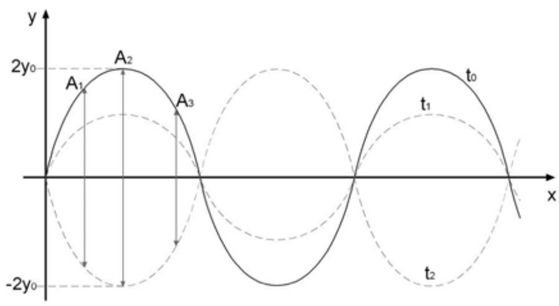
la longitud d'ona y el període de y_R són els mateixos que els de y_1 i y_2.

- $\delta = 0, 2n\pi \Rightarrow y_R = 2y_1 = 2y_2$ (interferència *constructiva*).

- $\delta = \pi, (2n+1)\pi \Rightarrow y_R = 0$ (interferència *destructiva*).

3. *Funcions d'ona estacionàries*

- Les pertorbacions provocades en un medi unidimensional confinat es reflecteixen en els seus extrems i en el medi es tenen ones viatjant en ambdós sentits, que es superposen.



- El resultat de la superposició de dues ones harmòniques amb les mateixes amplitud, freqüència i longitud d'ona és:

$$y_R = 2y_0 \sin kx \cos \omega t$$

- Es tracta d'una pertorbació que NO es propaga anomenada *ona estacionària*.

- A la figura es representa el valor de la pertorbació en funció de x, en instants de temps successius, el que permet visualitzar que:
  - o a cada punt del medi el valor de la pertorbació oscil·la amb una amplitud

$$A_x = 2y_0 \sin kx \; ;$$

- existeixen una sèrie de punts en els quals la pertorbació és nul·la en tot instant de temps, que s'anomenen NODES;
- intercalats amb els nodes hi ha els VENTRES, que són aquells punts del medi en els quals el valor de A_x és el màxim possible ($A_x = 2y_0$).
- La distància entre els dos nodes consecutius coincideix amb la que hi ha entre ventres consecutius i és:

$$NN = VV = \frac{\lambda}{2}$$

4. Ones estacionàries en una corda fixada pels dos extrems

- En el cas d'una corda de longitud L fixada per ambdós extrems, la condició necessària i suficient per a tenir en ella una ona estacionària amb nodes i ventres ben diferenciats és:

$$L = n\frac{\lambda_n}{2} = n\frac{v}{2\nu_n} \qquad n = 1, 2, 3...$$

- La freqüència corresponent a n = 1, es denomina freqüència fonamental.

$$\nu_1 = \frac{v}{2L}$$

FísicaTema12

Superposición de ondas en una dimensión

1. Interferencia. Superposición de pulsos.
2. Superposición de dos ondas armónicas.
3. Funciones de onda estacionarias.
4. Ondas estacionarias en una cuerda fijada por los dos extremos.

1. Interferencia. Superposición de pulsos.

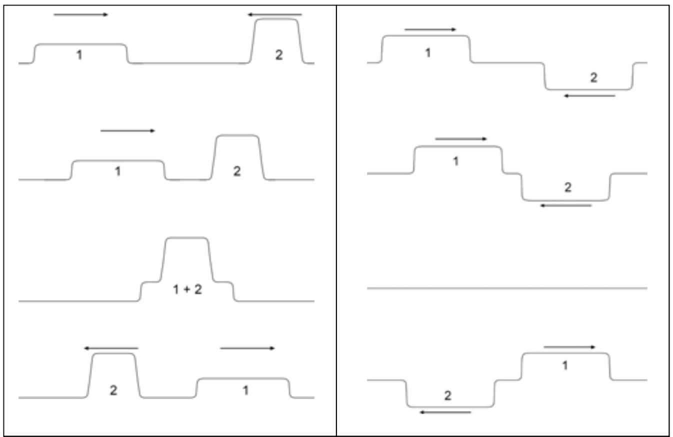
• Cuando dos o mas ondas se encuentran en un punto decimos que se produce una **interferencia**. (Si el medio es lineal) el resultado de la interferencia es la superposición o suma de las ondas que interfieren.

PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN: si dos o mas ondas interfieren en un punto, entonces la función de onda resultante es la suma de las funciones de onda de cada una de ellas.

$$\left.\begin{array}{l} y_1 \\ y_2 \\ \dots \end{array}\right\} y_R = y_1 + y_2$$

1. Interferencia. Superposición de pulsos.

• Ejemplo: Superposición de pulsos en una cuerda.



Interferencia Constructiva | Interferencia Destructiva

2. Superposición de dos ondas armónicas.

• Muchos fenómenos naturales involucran ondas (sonido, ondas en agua, luz, Tv, radio…).

• En este tema, estudiaremos detalladamente la superposición de dos ondas armónicas.

• Para las ondas armónicas, igual que en el caso de los pulsos, se cumple el principio de superposición.

• La forma de cualquier onda, incluso en los casos mas complicados, puede describirse como una cierta suma de muchas ondas armónicas.

2. Superposición de dos ondas armónicas.

• Superposición de dos ondas armónicas que se propagan en el mismo sentido con las mismas: v, λ, y_0, cuyas fases difieren en una constante.

$$y_1 = y_0 \sin(kx - wt)$$
$$y_2 = y_0 \sin(kx - wt + \delta)$$

Desfase constante

$$y_R = y_1 + y_2 = \underbrace{2y_0 \cos(\delta/2)}_{A_R \downarrow \text{cte}} \underbrace{\sin(kx - wt + \delta/2)}_{\text{Factor de propagación}}$$

• Onda armónica
• k, w (λ,T) coinciden con las de y_1 e y_2
• Desfase = $\delta/2$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

- Realización de la suma (y_1 + y_2).

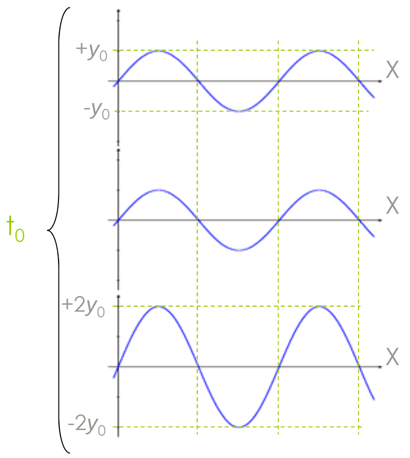
$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$

A= (kx - wt)

B= (kx – wt + δ)

2. Superposición de dos ondas armónicas.

- Casos especialmente interesantes.
  - δ = 0, 2π, 4π, … 2nπ n= 0, 1, 2, ...



$y_1 = y_0 \sin(kx - wt_0)$

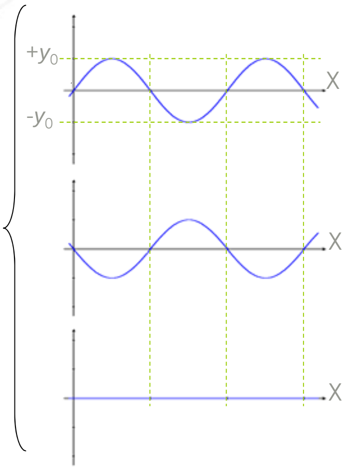
INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA

$y_2 = y_0 \sin(kx - wt_0) = y_1$

$y_R = y_1 + y_2 =$
$= 2y_0 \sin(kx - wt_0) = 2 \cdot y_1$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

- $\delta = \pi, 3\pi, 5\pi, \ldots (2n+1)\pi$ $\quad n = 0, 1, 2, \ldots$



$y_1 = y_0 \sin(kx - wt_0)$

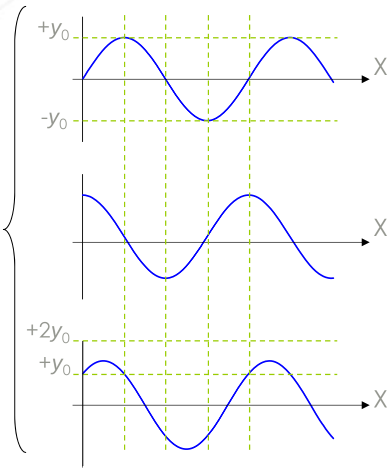
INTERFERENCIA DESTRUCTIVA

$y_2 = y_0 \sin(kx - wt_0 + \pi) = -y_1$

$y_R = y_1 + y_2 = 0$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

- Caso intermedio: $\delta = \pi/2$



$y_1 = y_0 \sin(kx - wt_0)$

$y_2 = y_0 \sin(kx - wt_0 + \pi/2)$

$0 < y_R < 2 \cdot y_1$

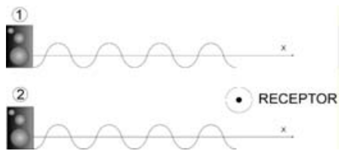
$$y_R = y_1 + y_2 = \left(\sqrt{2}\right) y_0 \sin\left(kx - wt_0 + \frac{\pi}{4}\right)$$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

• En general, la causa física de la diferencia de fase entre dos ondas que interfieren es la diferencia de camino recorrido por las ondas desde la fuente emisora hasta el punto de interferencia.

Ejemplo 1.
Caso ideal: Dos altavoces que emiten en fase ondas con la misma frecuencia (la misma nota).

Situación A



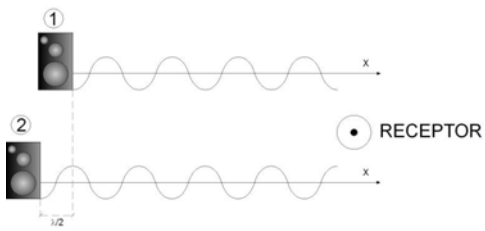
$$\left.\begin{aligned} s_1 &= s_0 \sin(kx - wt) \\ s_2 &= s_1 \qquad \delta = 0 \end{aligned}\right\} \quad s_R = s_1 + s_2 = 2s_0 \sin(kx - wt)$$

INTERFERENCIA CONSTRUCTIVA

$$\boxed{I_1 \propto s_0^2} \quad \boxed{I_R \propto (2s_0)^2 = 4s_0^2 > I_1}$$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

Situación B



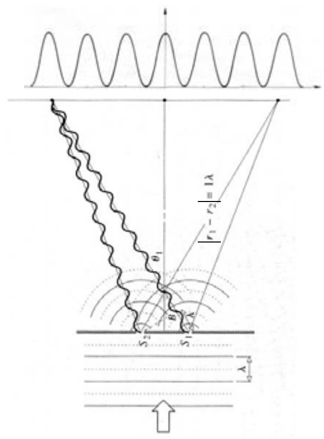
$$\left.\begin{aligned} s_1 &= s_0 \sin(kx - wt) \\ s_2 &= s_0 \sin(k(x + \lambda/2) - wt) \end{aligned}\right\} \quad s_R = s_1 + s_2 = 0 \longrightarrow I_R = 0$$

INTERFERENCIA DESTRUCTIVA

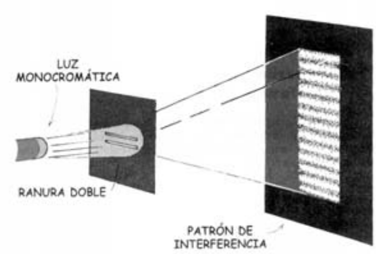
$$(fase)_2 - (fase)_1 = k\,\frac{\lambda}{2} = \frac{2\pi}{\lambda}\,\frac{\lambda}{2} = \pi$$

2. Superposición de dos ondas armónicas.

• Ejemplo 2

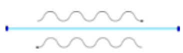


Interferencia de dos ondas de luz



3. Funciones de onda estacionarias.

• Ondas confinadas en el espacio.

- Cuerda de guitarra 
- Láser espejo  espejo
- ...

→ Existen reflexiones en los extremos del medio y, por tanto, se tienen ondas viajando en los dos sentidos posibles, que se superponen de acuerdo con el principio de superposición.

3. Funciones de onda estacionarias.

• Superposición de dos ondas armónicas que viajan en sentidos contrarios, con las mismas: ν, λ, y_0.

$$y_D = y_0 \sin(kx - wt)$$
$$y_I = y_0 \sin(kx + wt)$$

$$y_R = y_D + y_I = 2y_0 \sin kx \cos wt \neq f(x - vt)$$

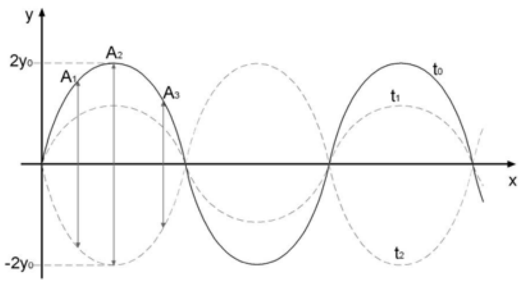
No propagación
ONDA ESTACIONARIA

3. Funciones de onda estacionarias.

• Significado físico del resultado de la superposición

$$y_R = \underbrace{2y_0 \sin kx}_{A_x} \underbrace{\cos wt}_{\text{"mas"}}$$

Amplitud del ***"mas"*** que depende de la posición, **x**, del punto



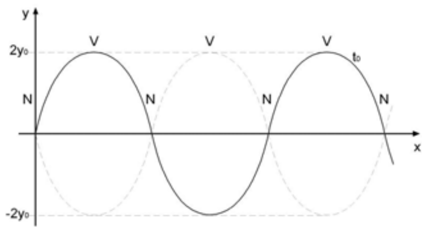
3. Funciones de onda estacionarias.

• Los puntos del medio en los cuales $A_x = 0$ se denominan ***NODOS***

$$A_x = 2y_0 \sin kx = 0 \;\rightarrow\; \sin kx = 0 \;\rightarrow\; kx = n\pi \;\rightarrow\; x_N = n\frac{\lambda}{2} \quad (n = 0,1,2,\ldots)$$

• Los puntos del medio que oscilan con amplitud máxima, se denominan ***VIENTRES***

$$|A_x| = 2y_0 \;\rightarrow\; \sin kx = \pm 1 \;\rightarrow\; kx = (2n+1)\frac{\pi}{2} \quad (n = \;\; ,2,\ldots$$



$$x_v = \frac{(2n+1)\pi/2}{k} = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

3. Funciones de onda estacionarias.

• En un medio “finito” siempre se tienen ondas viajando en ambos sentidos debido a las reflexiones en los extremos del medio.

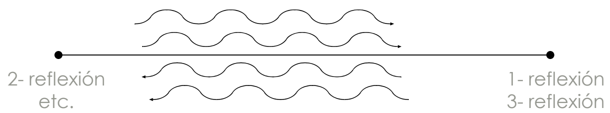
• El resultado de la superposición de estas ondas, ¿Es siempre una onda estacionaria con nodos y vientres bien diferenciados?

NO

• Como veremos en el siguiente apartado, solamente para algunos valores de la ν (o λ) de las ondas que interfieren tendremos ondas estacionarias con nodos y vientres bien diferenciados.

4. Ondas estacionarias en una cuerda fijada por los dos extremos.

• En el apartado anterior hemos analizado el resultado de la superposición de ***dos*** ondas viajando en sentidos contrarios, pero en el caso real cada onda se refleja varias veces en los extremos del medio



de modo que se tienen varias ondas viajando en un sentido y varias ondas viajando en el sentido contrario.

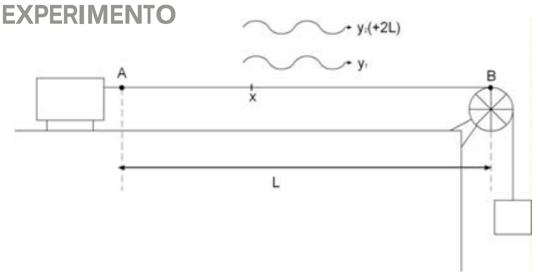
• ¿Cuál es el resultado de la superposición de todas estas ondas?

• ¿En qué condiciones el resultado de la superposición va a ser una onda estacionaria con nodos y vientres bien diferenciados?

4. Ondas estacionarias en una cuerda fijada por los dos extremos.

Se comprueba que solamente en el caso de que las ondas que viajan en el mismo sentido interfieran constructivamente entre si, el resultado de la superposición global será una onda estacionaria.

EXPERIMENTO



$y_1 = y_0 \sin(kx - wt)$
$y_2 = y_0 \sin(k(x + 2L) - wt)$

$\delta = k\,2L = 2n\pi$

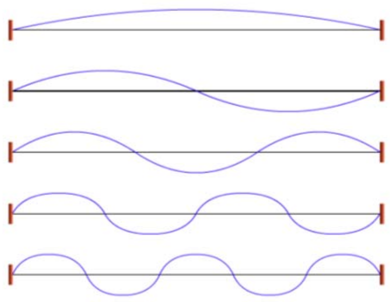
Interferencia Constructiva
(n= 1, 2, 3, …)

$$\boxed{L = n\frac{\lambda}{2} = n\frac{v}{2\nu}}$$

Condición de resonancia
– Cuerda extremos fijos (A,B)

4. Ondas estacionarias en una cuerda fijada por los dos extremos.

• Dada una cuerda de longitud ***L***, a cada valor de ***n*** le corresponde una frecuencia ν_n (o longitud de onda, $\boldsymbol{\lambda}_n$) y una onda estacionaria diferente.



Oscilación fundamental

2º armónico

3º armónico

4º armónico

5º armónico

4. Ondas estacionarias en una cuerda fijada por los dos extremos.

• Nota "la" → ν_1 = 440 Hz

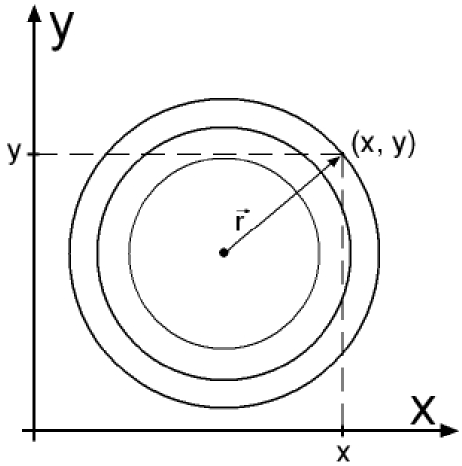
• Condición de resonancia (***n*** = 1) → $\boxed{L = \frac{v}{2\nu}}$

$$\nu = 440 \;\Rightarrow\; \nu = \frac{v}{2L} = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{Tensión}{\mu}}$$

• **Valores** de ***L* y *μ* fijos** → **único** valor posible para la **Tensión**.

Tema 13: MOVIMENT ONDULATORI EN 2D I 3D

1. Ones 2D y 3D



- **Ones 2D**: la pertorbació es propaga en un medi bidimensional (superfície) els punts del qual es localitzen mitjançant dues coordenades (coordenades cartesianes XY). La funció d'ona conté el terme de propagació, anàleg al cas unidimensional.

$$f(x,y,t)=f(\vec{r},t)=f(\vec{r}-\vec{v}\cdot t)$$

- **Ones 3D**: la pertorbació es propaga en un medi tridimensional, a l'espai real, els punts del qual es localitzen mitjançant tres coordenades (coordenades cartesianes XYZ). La funció d'ona conté el terme de propagació, anàleg al cas unidimensional.

$$f(x,y,z,t)=f(\vec{r},t)=f(\vec{r}-\vec{v}\cdot t)$$

2. Front d'Onda. Raig.

- **Front d'Ona**: conjunt de punts del medi als quals la pertorbació arriba al mateix temps. (En aquests punts el valor de la pertorbació és el mateix en tot instant de temps.)
- **Raig**: Línia dirigida perpendicularment al front d'ona que indica el moviment del mateix.

3. *Ones planes, circulars i esfèriques.*

- Les ones solen prendre el nom de la forma geomètrica dels seus fronts d'ona.
  - Ones **planes 2D**: els fronts d'ona són línies paral·leles entre si.
  - Ones **planes 3D**: els fronts d'ona són plans paral·lels entre si.
  - En tots dos casos, els raigs són línies rectes, perpendiculars als fronts d'ona, i paral·leles entre si.
  - La descripció matemàtica de les ones planes requereix una única coordenada espacial. Funció d'ona: ***f* (*x*, *t*)**.

  - Ones **circulars**: Corresponen a una font puntual en el cas 2D.
  - Ones **esfèriques**: Corresponen a una font puntual en el cas 3D.
  - En tots dos casos els raigs són línies en la direcció radial.

4. Propagació de l'energia associat a les ones 2D i 3D. Intensitat.

- D'acord amb el principi de conservació de l'energia, per a qualsevol ona, l'energia total dels punts que conformen un front d'ona ha de ser ***ΔE*** (energia focus).

- La **intensitat** d'una ona es defineix com l'energia transmesa per unitat de temps i per unitat de superfície (sobre un front d'ona en el cas més senzill). Es tracta d'una magnitud que permet avaluar l'energia de l'ona en cada punt del medi.

$$\mathrm{I} = \frac{\Delta E / \Delta t}{S} (W / m^2)$$

- Focus puntual (l'ona es propaga en totes direccions): sobre un front d'ona situat a una distància ***r* '> *r*** la intensitat seria $\mathrm{I}' < \mathrm{I}$.

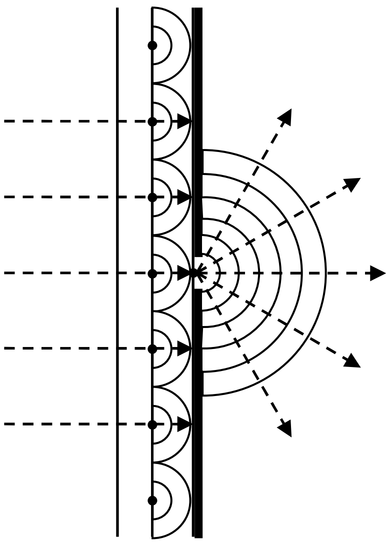
$$\mathrm{I} = \frac{\Delta E / \Delta t}{S} = \frac{\Delta E / \Delta t}{4\pi r^2}$$

- Ona plana (es propaga en una única direcció): la superfície del front d'ona és la mateixa al llarg de tot el recorregut de l'ona, per tant la intensitat és també la mateixa. En aquest cas $r' > r \rightarrow \mathrm{I}' = \mathrm{I}$.

5. Principi de Huygens. Difracció.

- **Principi de Huygens.** Tot punt d'un front d'ona es pot considerar com una font de petites "ones secundàries" esfèriques (circulars 2D). La superposició d'aquestes ones secundàries dóna com a resultat l'ona (primària) que observem. La freqüència i la velocitat de les ones secundàries són les mateixes que en les primàries.
  - Amb el principi de Huygens s'expliquen satisfactòriament les lleis de la reflexió i de la refracció en relació a l'orientació dels raigs.

- **Difracció.** Els canvis de direcció de propagació que s'observen quan s'interposen obstacles en el recorregut d'una ona es coneixen amb el nom de difracció d'aquesta ona.
  - La **difracció** és un fenomen que permet visualitzar les ones secundària enunciades per Huygens.
  - Les partícules (clàssiques) no es difracten.
  - OBSTACLE = paret amb una obertura
    - L'ona "després" de l'obertura és la resultant de la suma d'ones secundàries en els punts d'aquesta obertura.
    - Es comprova que el resultat de la superposició depèn de la mida, ***d***, de l'obertura.



FísicaTema13

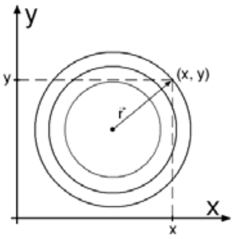
Movimiento Ondulatorio en 2D y 3D

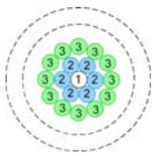
ÒpticaiOptometria

1. Ondas 2D y ondas 3D
2. Frente de onda. Rayo.
3. Ondas planas, circulares y esféricas.
4. Propagación de la energía asociada a las ondas 2D y 3D. Intensidad.
5. El Principio de Huygens. Difracción.

1. Ondas 2D y 3D.

• ***Ondas 2D***: la perturbación se propaga en un medio bidimensional (superficie) cuyos puntos se localizan mediante un sistema de coordenadas cartesianas XY





•Ondulaciones que aparecen en la superficie del agua al tirar un objeto (puntual) en un lago, charco, piscina, ….

•A partir del punto de impacto, la perturbación se propaga a la misma velocidad en todas direcciones sobre la superficie.

•El impacto produce una "oscilación complicada" de las partículas superficiales afectadas por el mismo.

•Debido, en ultima instancia, a las fuerzas de enlace, la oscilación se transmite a las partículas vecinas.

1. Ondas 2D y 3D.

• Descripción matemática de una onda 2D.

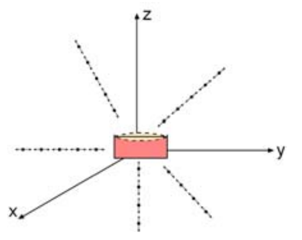
$$f(x,y,t)=f(\vec{r},t)=f(\vec{r}-\vec{v}\cdot t)$$

Función de onda: describe la propagación

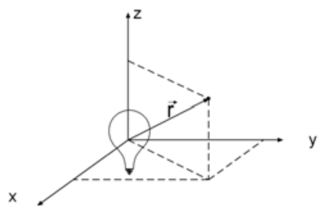
1. Ondas 2D y 3D.

• ***Ondas 3D***: la perturbación se propaga en un medio tridimensional, en el espacio real, cuyos puntos se localizan mediante un sistema de coordenadas cartesianas X, Y, Z.

Ejemplos



•El sonido que produce el tambor se propaga en todas direcciones.



•La luz que emite la bombilla se propaga en todas direcciones.

•Descripción matemática → $f(x,y,z,t)=f(\vec{r},t)=f(\vec{r}-\vec{v}\cdot t)$

2. Frente de Onda. Rayo.

• ***Frente de Onda***: conjunto de puntos del medio a los que la perturbación llega al mismo tiempo.(En estos puntos el valor de la perturbación es el mismo en todo instante de tiempo)

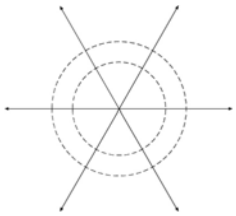
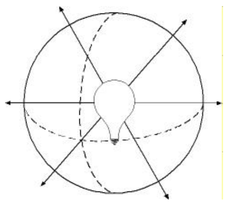
•Cuerda → Los frentes de onda están constituidas por un único punto.

•Ondas en la superficie del agua → Los frentes de onda son círculos concéntricos, cuyo centro es el punto de impacto del objeto (ejemplo anterior).

•Ondas luminosas ("bombilla puntual") → Los frentes de onda son esferas cuyo centro es la bombilla.

2. Frente de Onda. Rayo.

•*Rayo*: Línea dirigida perpendicularmente al frente de onda que indica el movimiento del mismo.

Ejemplos	
Ondas producidas en la superficie del agua por un objeto "Puntual"  ***Frentes de Onda***: Círculos concéntricos. ***Rayos***: dirección radial y el **sentido** que corresponde a la **propagación**.	La luz que emite la bombilla se propaga en todas direcciones.  ***Frentes de Onda***: Esferas concéntricas. ***Rayos***: dirección radial y el **sentido** que corresponde a la **propagación**.

3. Ondas planas, circulares y esféricas.

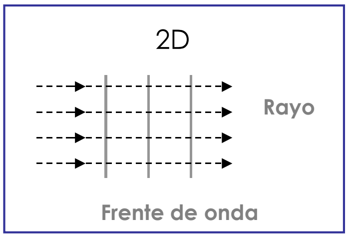
•Las ondas suelen denominarse según la forma geométrica de sus frentes de onda.

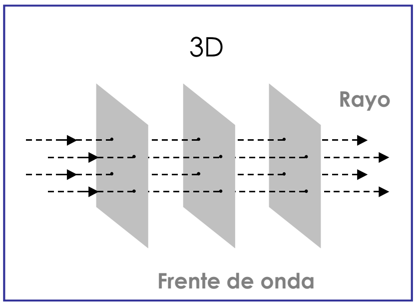
- Ondas Planas
  - 2D → Los frentes de onda son líneas paralelas entre sí.
    - Lanzando al agua un objeto alargado, tipo bastón, se obtienen ondulaciones paralelas a él sobre la superficie del agua.
  - 3D → Los frentes de onda son planos.
    - Un LASER emite una onda luminosa plana. Los frentes de onda procedentes de una bombilla puntual situada en el infinito, también son planos.

→ En ambos casos, los rayos son líneas rectas, perpendiculares a los frentes de onda, y paralelas entre si.

3. Ondas planas, circulares y esféricas.

ONDAS PLANAS





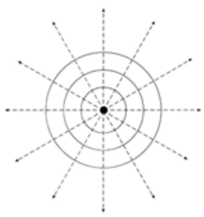
• La descripción matemática de las ondas planas requiere una **única coordenada** espacial. Función de onda: ***f (x, t)***.

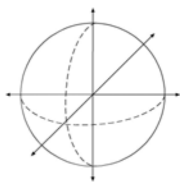
•El **tamaño de los frentes de onda** se mantiene **constante** a lo largo del recorrido de la perturbación.

3. Ondas planas, circulares y esféricas.

• Ondas **circulares**: Corresponden a una **fuente puntual** en el caso **2D**

• Ondas **esféricas**: Corresponden a una **fuente puntual** en el caso **3D**

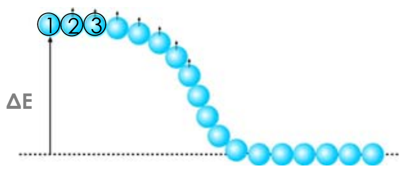




•El **tamaño de los frentes de onda aumenta** progresivamente a lo largo del recorrido de la perturbación.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

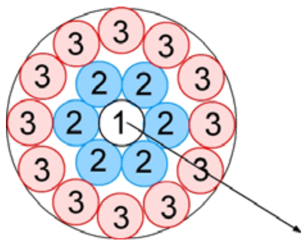
• En el caso de una cuerda perfectamente elástica, al producir una perturbación en uno de sus extremos, transmitimos una cierta energía ΔE a la primera partícula de la cuerda.



• Debido a la propagación, esta energía se transmite íntegramente de 1 a 2, de 2 a 3, y así sucesivamente.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

• Cuando lanzamos al agua un objeto "puntual", "la partícula" situada en el punto de impacto adquiere una cierta cantidad de energía ***ΔE***.



• Debido a la propagación, esta energía se transmite a las partículas 2, en contacto directo con el punto de impacto. Desde las partículas 2 la energía se transmite a las partículas 3, y así sucesivamente.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

• De acuerdo con el principio de conservación de la energía, la energía total de las partículas 2 debe ser ***ΔE***. Por lo tanto la "energía por partícula" en el circulo 2 es inferior a ***ΔE***

$$E_{2} < \Delta E$$

• Análogamente la energía total de las partículas 3 es ***ΔE***. Dado que el número de partículas situadas sobre el círculo 3 es mayor que en el caso anterior, la energía de cada partícula en esta posición cumple

$$E_{3} < E_{2} < \Delta E$$

• A medida que nos alejamos del origen o foco de la onda, la "energía por partícula" disminuye.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

• Para cualquier onda, la energía total de los puntos que conforman un frente de onda debe ser ***ΔE*** (energía foco).

⬇

Ondas circulares y esféricas (**foco puntual**): La **"energía en cada punto" disminuye con la distancia** al foco o, lo que es lo mismo, con el radio del frente de onda.

⬇

Se describe formalmente a través de la **Intensidad**.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

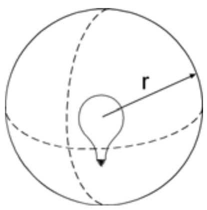
- La **intensidad** de una onda:

$$\boxed{\mathrm{I} = \frac{\Delta E/\Delta t}{S}\,(W/m^2)}$$ → **Energía transmitida por unidad de tiempo y por unidad de superficie.**

Energía en cada punto → Energía por unidad de superficie (del frente de onda)

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

- EJEMPLO 1: Bombilla "**puntual**" (emite luz en todas direcciones).



- La energía ("la luz"), llega al mismo tiempo a todos los puntos del frente de onda esférico de la figura.
- $\frac{\Delta E}{\Delta t}$ = Potencia de la bombilla (W)
- Intensidad de la luz sobre el frente de onda de la figura (superficie del frente de onda: $S = 4\pi r^2$).

$$\boxed{\mathrm{I} = \frac{\Delta E/\Delta t}{S} = \frac{\Delta E/\Delta t}{4\pi r^2}} \quad r\uparrow \Rightarrow \mathrm{I}\downarrow$$

- A lo largo del recorrido de la onda, la **energía total** transmitida por unidad de tiempo se mantiene **constante**, pero la **intensidad**, **disminuye** con la distancia al foco emisor.

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

- EJERCICIO: "El spray de pintura".

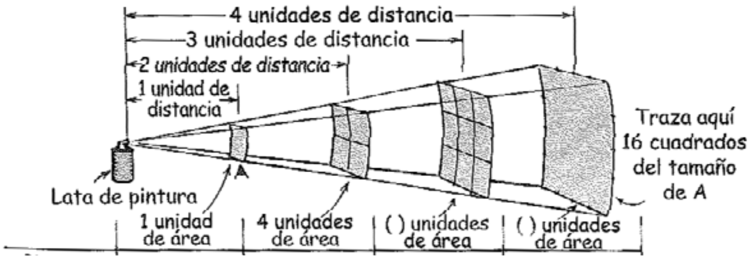


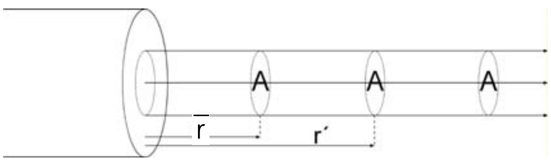
Figura: P. G. Hewitt. FÍSICA CONCEPTUAL. Pearson – Addison Wesley. Novena edición.

FísicaTema13

4. Propagación de la energía asociado a las ondas 2D y 3D. Intensidad.

- EJEMPLO 2: Fuente LASER

→ Emite luz en una única dirección (**onda plana**).



- La superficie, **A**, del frente de onda es la misma a lo largo de todo el recorrido de la luz.
- Por tanto la intensidad es también la misma

→ En este caso **r' > r**

pero **I' = I**

5. Principio de Huygens. Difracción.

a) Principio de Huygens

Todo **punto de un frente de onda** pude considerarse como una **fuente** de pequeñas **"ondas secundarias"** esféricas (circulares 2D). La **superposición** de estas ondas secundarias da como resultado la **onda (primaria)** que observamos.

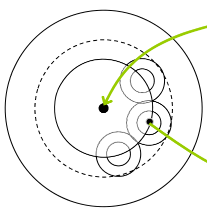
ν, v ondas secundarias = ν, v ondas primarias

5. Principio de Huygens. Difracción.

a) Principio de Huygens

EJEMPLO: ondas circulares producidas por el impacto de una piedra en la superficie del agua.

Foco emisor de la onda primaria: **FUENTE** ≡ **"oscilación"**



Cuando la onda llega a un punto del medio, éste adquiere una **"oscilación"** ≡ **FUENTE** de la onda secundaria.

Solamente se observan las ondas primarias.

5. Principio de Huygens. Difracción.

a) Principio de Huygens.

- Con el principio de Huygens se explican satisfactoriamente las leyes de la **reflexión** y de la **refracción** en relación a la orientación de los rayos.
- El principio de Huygens también explica satisfactoriamente el fenómeno ondulatorio conocido con el nombre de **difracción**.

5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

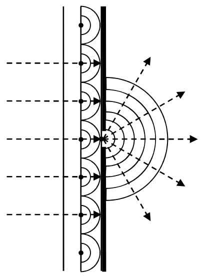
- Los **cambios de dirección de propagación** que se observan cuando se interponen **obstáculos** en el recorrido de una onda se conocen con el nombre de **difracción** de dicha onda.
- La **difracción** es un fenómeno que permite visualizar las ondas secundaria enunciadas por Huygens.
- Las **partículas** (clásicas) **no** se difractan.

5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

OBSTÁCULO = pared con una abertura.

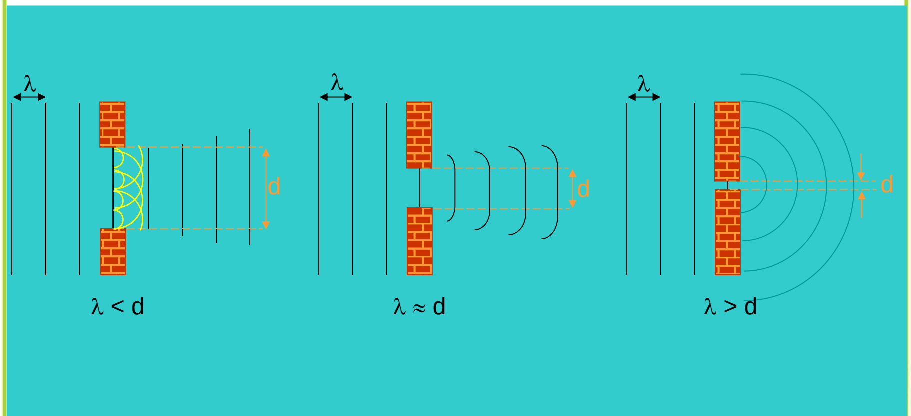
- La onda "después" de la abertura es la resultante de la suma de ondas secundarias en los puntos de dicha abertura.
- Se comprueba que el resultado de la superposición depende del tamaño, ***d***, de la abertura.



5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

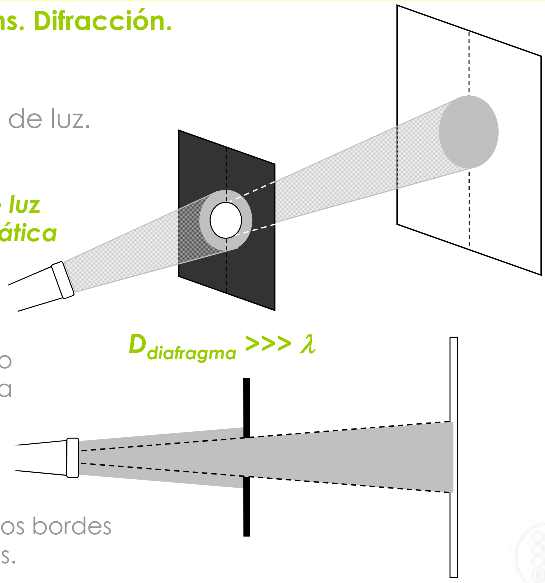
- EJEMPLO 1: Ondas en la superficie del agua.



5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

- EJEMPLO 2: Onda de luz.



La zona iluminada de la pantalla corresponde al trazado de rayos previsto por la óptica geométrica

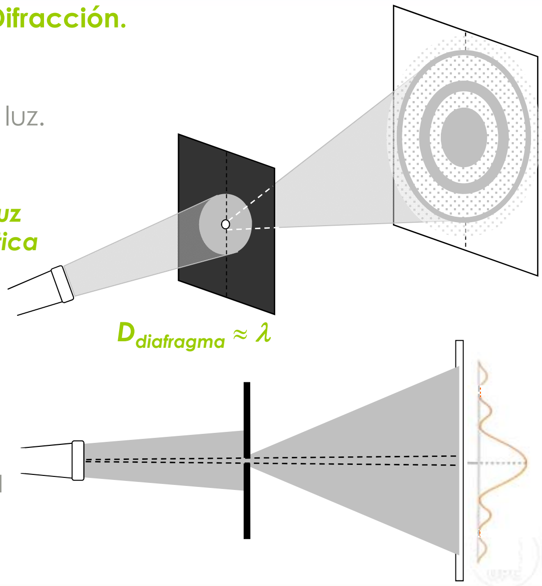
Efectos difractivos en los bordes → "poco" perceptibles.

FísicaTema13

5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

- EJEMPLO 2: Onda de luz.



La zona iluminada de la pantalla **NO corresponde** al trazado de rayos previsto por la óptica geométrica

ÓpticaiOptometría

5. Principio de Huygens. Difracción.

b) Difracción.

- EJEMPLO 2: Onda de luz.

Intensidad de luz sobre la pantalla

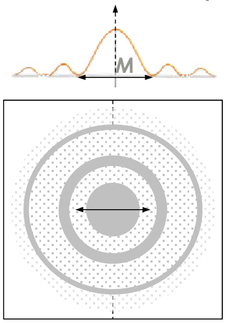
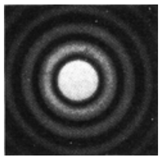


Imagen correspondiente a un caso real



Si $D_{diafragma} \rightarrow 0$ entonces $M \rightarrow \infty$

LLIÇÓ 14: INTRODUCCIÓ MATEMÀTICA

1.- *Camps escalars. Exemples.*

- Des del punt de vista matemàtic, un camp escalar és una aplicació de R^3 en R. Això vol dir que a cada punt de l'espai (R^3) li correspon un escalar, que és funció de les coordenades del punt i el temps.

$$\vec{r}:(x,y,z) \rightarrow f = f(x,y,z,t)$$

- *Exemples*: La pressió atmosfèrica, la densitat d'un fluid.

2.- *Camps vectorials. Exemples*

- Un camp vectorial és aplicació de R^3 en R^3. A cada punt de l'espai (R^3) li correspon un vector, les components del qual són funció de les coordenades del punt i del temps.

$$\vec{r}:(x,y,z) \rightarrow \vec{A}:(Ax,Ay,Az)\begin{cases} Ax : Ax(x,y,z,t) \\ Ay : Ay(x,y,z,t) \\ Az : Az(x,y,z,t) \end{cases}$$

- En una zona de l'espai on existeixi un camp vectorial, es defineixen *línies de camp* com línies tals que en cada un dels seus punts, el vector camp està dirigit segons la seva tangent.

- *Exemples*: El camp de velocitats en un fluid, el camp gravitatori, el camp elèctric.

FísicaTema14

Introducción Matemática

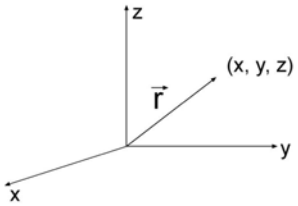
ÒpticaiOptometria

1. Campos escalares y campos vectoriales.

1. Campos escalares y campos vectoriales.

a) Campo escalar

- En una zona del espacio existe un campo escalar si a cada punto de esta zona le corresponde un valor, f, que depende de las coordenadas de este punto y del tiempo.



$$R^3 \longrightarrow R$$

$$(x,y,z) \longrightarrow f=f\,(\overbrace{x,y,z}^{\bar{r}},t)$$

Ejemplos → Magnitudes físicas

- La temperatura de una habitación: $T(\bar{r},t)$
- La presión atmosférica: $P(\bar{r},t)$
- La densidad de un fluido: $\rho(\bar{r},t)$

FísicaTema14

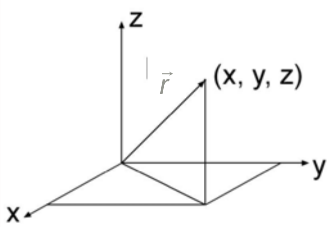
1. Campos escalares y campos vectoriales.

b) Campo vectorial

- En una zona del espacio existe un campo vectorial si a cada punto de esta zona le corresponde un vector, $\bar{A}$, cuyas componentes dependen de las coordenadas del punto y del tiempo.

$$R^3 \longrightarrow R^3$$

$$(x,y,z) \longrightarrow \vec{A} \begin{cases} A_x=A_x\,(x,y,z,t) \\ A_y=A_y\,(x,y,z,t) \\ A_z=A_z\,(x,y,z,t) \end{cases}$$



Ejemplos → Magnitudes físicas

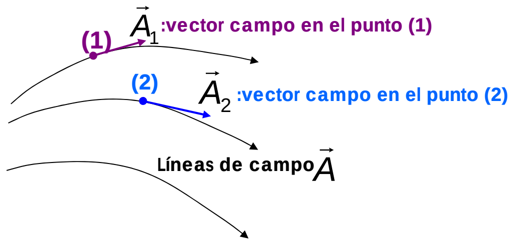
- La velocidad de un fluido: $\vec{v}(\vec{r},t)$
- El campo eléctrico
- El campo magnético

1. Campos escalares y campos vectoriales.

b) Campo vectorial

- ***Líneas de campo***: son líneas tales que, en cada uno de sus puntos el campo está dirigido según su tangente.

  (Se utilizan para representar gráficamente, o "dibujar" el campo.)



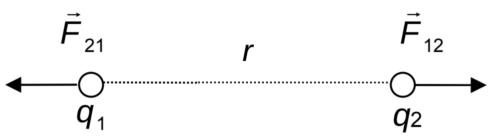
Lliçó 15: EL CAMP ELECTROSTÀTIC

1.- *Càrrega elèctrica. Estructura elèctrica de la matèria*

- Hi ha dos classes de càrrega elèctrica, anomenades positiva i negativa.
- La càrrega elèctrica sempre es presenta en múltiples enters de la unitat fonamental de càrrega, *e*. La càrrega de l'electró és *–e* i la del protó *+e*.
- La càrrega es conserva, és a dir, ni es crea ni es destrueix en el procés de càrrega, simplement es transfereix.

2.- *Llei de Coulomb. Unitats de càrrega.*

- La llei de Coulomb va ser deduïda experimentalment i és directament aplicable a càrregues puntuals. Aquesta llei estableix que dues partícules amb càrrega elèctrica interaccionen entre sí amb forces que poden ser atractives, si les càrregues són de signe contrari, o bé repulsives, si les càrregues són del mateix signe. A la figura s'esquematitza el cas de dues partícules amb càrregues q_1 i q_2 positives, separades una distància r.



Mòdul: $F_{12} = F_{21} = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}$

Direcció: la de la recta que uneix les dues partícules

Sentit: depèn del signe de les càrregues

on $K = 8{,}99 \times 10^9\ \mathrm{N{\cdot}m^2/C^2} \approx 9\cdot 10^9\ \mathrm{Nm^2/C^2}$ és la constant de Coulomb.

- La constant de Coulomb *K* s'escriu freqüentment en funció de la permitivitat elèctrica del buit ε_0:

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \qquad \text{on } \varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \ \mathrm{C^2/Nm^2}.$$

- En el sistema internacional, la unitat de càrrega és el Coulomb (C). El valor absolut de la càrrega de l'electró i del protó és $e = 1{,}06 \cdot 10^{-19}$ C

3.- *El camp elèctric*

- El camp elèctric en un punt es defineix com la força elèctrica per unitat de càrrega que experimenta una càrrega de prova (o testimoni) positiva, situada en aquest punt

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q_0} \qquad \text{(N/c)}$$

- La F_{el} sobre q_0 és deguda necessàriament a la presència d'altres càrregues, que les entenem com a *creadores* del camp elèctric.

- En qualsevol cas, el camp elèctric degut a diverses càrregues és la suma vectorial dels camps que crearien cada una de les càrregues individualment (principi de superposició).

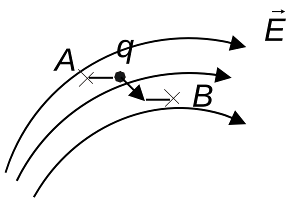
$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i$$

4.- *Línies de camp.*

- El camp elèctric pot ser representat mitjançant línies del camp, que es defineixen com a línies tangents al vector camp en tots els seus punts. La llei de Coulomb permet demostrar que les línies de camp elèctric comencen sempre en les càrregues positives i acaben en les càrregues negatives.

5.- *Energia potencial electrostàtica*

- La força de Coulomb és conservativa, el que vol dir que existeix una energia potencial associada a ella anomenada energia potencial electrostàtica, U^{el}. A qualsevol partícula amb càrrega elèctrica situada en una zona de l'espai on existeixi un camp elèctric li correspon una energia potencial electrostàtica que depèn de la seva posició. Si la partícula fa un recorregut *AB* (veure figura), llavors:



$$U_B^{el} - U_A^{el} = -W_{AB}^{el} = -\int_A^B \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r}$$

on, $\vec{F}_{el}$, és la força elèctrica que experimenta la càrrega *q* degut al camp, i W_{AB}^{el} és el treball que realitza aquesta força sobre la càrrega al llarg del recorregut *AB.*

- L'energia potencial electrostàtica d'una partícula carregada situada en un punt *P* només es pot definir en relació a un segon *punt de referència*:

$$U_P^{el} \equiv U_P^{el} - U_{ref.}^{el} = + \int_P^{ref.} \vec{F}_{el} \cdot d\vec{r}$$

6.- *Potencial elèctric.*

- En qualsevol zona de l'espai on existeixi un camp elèctric, també hi existeix un camp escalar anomenat "*potencial elèctric*".

- En el cas com l'esquematitzat a la figura de l'apartat anterior, la diferencia de potencial (V_B – V_A) es defineix:

$$\Delta V = V_B - V_A = \frac{-W_{AB}^{el}}{q_0} = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

on q_0 és una càrrega de prova positiva. Es demostra que (V_B – V_A) només depèn del valor del camp i no del valor de la càrrega de prova.

- De la definició també se'n dedueix que: $(V_B - V_A) = \dfrac{U_B^{el} - U_A^{el}}{q_0}$

- Anàlogament el cas de l'energia potencial, el potencial elèctric que li correspon a un punt *P*:

$$V_P = V_P - V_{ref} = \int_P^{ref} \vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{U_P}{q_0}$$

- La unitat SI de potencial i de diferència de potencial és el volt (V): 1 V = 1 J/C. En funció d'aquesta unitat, la unitat del camp elèctric pot ser expressada com:

1 N/C = 1 V/m

- El potencial elèctric degut a diverses càrregues és la suma dels potencials que crearien cada una de les càrregues individualment (principi de superposició.

$$V = \sum_i V_i$$

1. Carga eléctrica. Estructura eléctrica de la materia.

- Los fenómenos eléctricos se conocen desde muy antiguo (~ 600 a J) pero el estudio cuantitativo de los mismos es mucho más reciente (s. XIX).
- Hoy sabemos que:
  - ❖ La carga eléctrica, ***q***, puede entenderse como una propiedad de la materia o de las partículas materiales.
  - ❖ Existen dos tipos de carga eléctrica, que denominamos

$$\begin{cases} \text{carga positiva: } q^{+} \\ \text{carga negativa: } q^{-} \end{cases}$$

  - ❖ Las partículas materiales con $q \neq 0$ experimentan fuerzas de interacción entre ellas, debido a su carga. Las fuerzas pueden ser de atracción o de repulsión (dos tipos de carga $\longrightarrow$ dos tipos de fuerza)

FísicaTema15

1. Carga eléctrica. Estructura eléctrica de la materia.

- ❖ materia $\longrightarrow$ átomos $\begin{cases} \text{Núcleo: protones } (q_p > 0) \text{ y neutrones } (q_n = 0) \\ \text{Corteza: electrones } (q_e < 0) \end{cases}$
- ❖ $|q_p| = |q_e| = e$
- ❖ átomo <u>neutro</u> (número protones = número electrones)
- ❖ Habitualmente para "cargar" un objeto inicialmente neutro se añaden o se extraen electrones (**no** protones)
- ❖ Objeto $q^{+} \rightarrow$ número protones > número electrones
- ❖ Objeto $q^{-} \rightarrow$ número protones < número electrones

- La carga eléctrica <u>se conserva</u> (ni se crea, ni se destruye).
- La carga eléctrica está cuantificada ($q = ne$)

FísicaTema15

El camp **Electrostàtic** APÈNDIX

Resultats del càlcul del camp i el potencial elèctrics corresponents a diverses distribucions de càrrega (el càlcul del camp s'ha fet aplicant o bé la llei de Coulomb, o bé el teorema de Gauss)

ÒpticaiOptometria

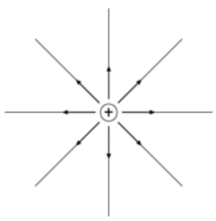
4. Línies de camp.

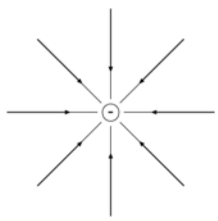
(Diverses distribucions de càrrega "creadores" de camp elèctric amb les línies de camp corresponents)

a) Càrrega puntual.
(r és la distància a la càrrega)

$$\vec{E} = \begin{cases} K\dfrac{Q}{r^2} \\ radial \\ repulsiu\,(Q^+) \end{cases}$$

$$\vec{E} = \begin{cases} K\dfrac{Q}{r^2} \\ radial \\ atractiu\,(Q^-) \end{cases}$$

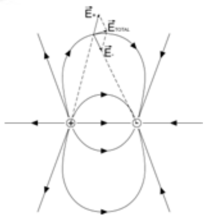




ÒpticaiOptometria

4. Línies de camp.

b) Dipol elèctric. Vàries càrregues puntuals.



En el cas del dipol (figura), a cada punt $\vec{E}_{tot} = \vec{E}^{+} + \vec{E}^{-}$

Per vàries càrregues puntuals $\vec{E}_{tot} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots$

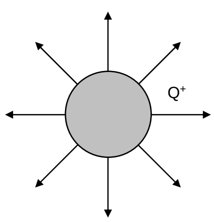
4. Línies de camp.

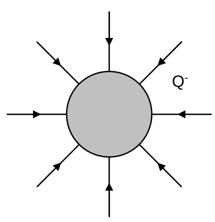
c) Distribució esfèrica de càrrega de radi R:
(r és la distància al centre de l'esfera)

c.1) r > R

- ***sigui com sigui l'esfera (massissa o buida per dintre)***

$$\vec{E} = \begin{cases} K\dfrac{Q}{r^2} \\ radial \\ repulsiu\,(Q^{+}) \end{cases} \qquad \vec{E} = \begin{cases} K\dfrac{Q}{r^2} \\ radial \\ atractiu\,(Q^{-}) \end{cases}$$





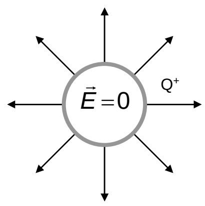
4. Línies de camp.

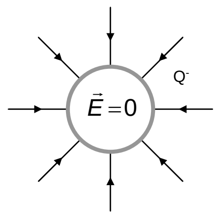
c) Distribució esfèrica de càrrega de radi R:
(r és la distància al centre de l'esfera)

c.2) $r \leq R$

- *només considerarem el cas d'una escorça esfèrica*

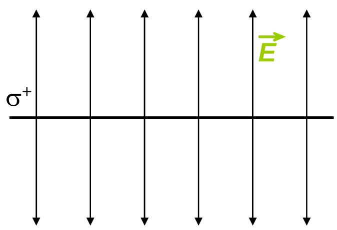
$\vec{E} = 0$





4. Línies de camp.

d) Pla carregat "infinit" (σ : densitat superficial de càrrega en C/m²).

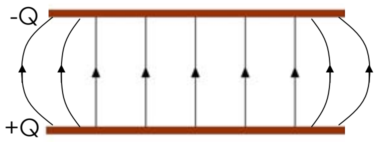


$$\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\ \perp \text{ pla} \\ \text{repulsiu}\,(\sigma^+) \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} \quad (\text{C/m}^2)$$

4. Línies de camp.

e) Dues làmines planes i paral·leles entre si, amb càrrega igual en valor absolut i de signe contrari.



- *El camp elèctric només és diferent de zero en la zona de l'espai compresa entre les dues làmines.*

- *Excepte a les vores de les làmines, el camp és uniforme, és a dir, té el mateix valor a tots els punts. Per això les línies de camp resulten rectes i paral·leles entres sí (veure figura). En aquesta zona el mòdul del camp és:*

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{|Q|}{A\varepsilon_0}$$

on A és l'àrea de les làmines.

FísicaTema15

7.- Potencial elèctric.

(*Valors del potencial elèctric a tots els punts de l'espai, corresponents a diverses distribucions de càrrega "creadores" de camp elèctric*.)

a) Càrrega puntual.
(r és la distància a la càrrega)

- *Q > 0* $\rightarrow V = +K\frac{|Q|}{r}$ *, prenent com a punt de referència r = ∞*
- *Q < 0* $\rightarrow V = -K\frac{|Q|}{r}$ *, prenent com a punt de referència r = ∞*

b) Dipol elèctric. Vàries càrregues puntuals.

$$V_{tot} = V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

ÓpticaiOptometria

7.- Potencial elèctric.

c) Distribució esfèrica de càrrega de radi R:

c.1) r > R, sigui com sigui l'esfera (massissa o buida per dintre)

- $Q_{esfera} > 0 \rightarrow V = +K\frac{|Q|}{r}$, prenent com a punt de referència $r = \infty$
- $Q_{esfera} < 0 \rightarrow V = -K\frac{|Q|}{r}$, prenent com a punt de referència $r = \infty$

c.2) $r \leq R$, només en el cas d'una escorça esfèrica

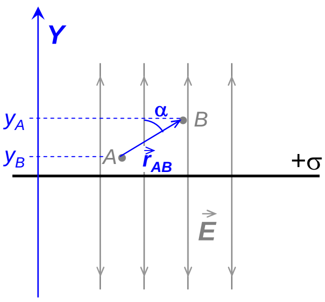
- $Q_{esfera} > 0 \rightarrow V = +K\frac{|Q|}{R} = ctn$, prenent com a punt de referència $r = \infty$
- $Q_{esfera} < 0 \rightarrow V = -K\frac{|Q|}{R} = ctn$, prenent com a punt de referència $r = \infty$

NOTA: adoneu-vos que r és una distància genèrica al centre de l'esfera, que pot tenir qualsevol valor, mentre que R és el radi de l'esfera, que és un valor determinat.

7.- Potencial elèctric.

d) Pla carregat "infinit"
(σ: densitat superficial de càrrega en C/m2).

Donat que el camp és uniforme i té el mateix valor a tots els punts de cada un dels semiespais en que el pla divideix l'espai:



$$V_A - V_B = \vec{E}\cdot\vec{r}_{AB} = E\, r_{AB}\cos\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\cdot(y_B - y_A)$$

sempre que A i B siguin al mateix semiespai.

Lliçó 16: CONDUCTORS I DIELÈCTRICS

1.- *Materials conductors i dielèctrics*

- En aplicar un camp elèctric sobre un material conductor, s'observa un moviment de partícules amb càrrega elèctrica en el seu interior. Per això diem que els materials conductors "*condueixen"* bé electricitat.

- Els materials dielèctrics o aïllants no condueixen bé la electricitat, el que vol dir que en aplicar un camp elèctric sobre ells, no s'observa moviment de càrregues.

2.- *Càrrega lliure, càrrega lligada i càrrega neta*

- Els conductors tenen "càrrega lliure" o partícules carregades no lligades a cap àtom o molècula en particular, que és poden moure lliurement per tot el material.

- Els dielèctrics no tenen càrrega lliure. Totes les partícules carregades que contenen, estan lligades a un àtom o molècula particular, ocupant una posició localitzada al seu voltant.

- Qualsevol material té càrrega neta quan el nº de protons que conté no coincideix amb el d'electrons.

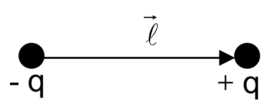
3.- *Comportament de materials conductors sotmesos a l'acció d'un camp electrostàtic.*

- Si s'aplica un camp electrostàtic sobre un material conductor, les seves càrregues lliures es redistribueixen fins arribar a la situació d'equilibri electrostàtic. En la situació d'*equilibri electrostàtic*, el valor del camp elèctric a l'interior del conductor és $\vec{E}_{\text{int}} = 0$.

4.- *Comportament de materials dielèctrics sotmesos a l'acció d'un camp electrostàtic.*

- Les molècules dels *dielèctrics polars* són petits dipols. La resta de dielèctrics es denominen *no polars.*

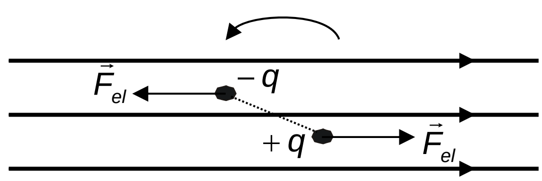
- Un dipol elèctric és un sistema de dues càrregues del mateix valor però de signe contrari, separades una petita distància. El moment dipolar $\vec{p}$ és:



$$\vec{p} = q\vec{\ell}$$

És important fer notar que el sentit del vector $\vec{p}$ apunta cap a la càrrega positiva del dipol.

- En un camp elèctric uniforme, la força neta que actua sobre un dipol és zero, però hi ha un moment τ que fa girar al dipol fins alinear-lo en la direcció del camp.



- En aplicar un camp elèctric sobre un material dielèctric (polar o no), aquest es *polaritza*:
  - en el cas dels dielèctrics polars això vol dir que els petits dipols que el constitueixen s'orienten paral·lelament al camp;
  - en el cas dels no polars el que passa és que les seves molècules esdevenen petits dipols degut a l'acció del camp.

- Com a conseqüència, el camp elèctric a l'interior del dielèctric resulta

$$\vec{E}_{\text{int}} = \frac{\vec{E}_{ext}}{\varepsilon_r}$$

on $\vec{E}_{ext}$ és el camp aplicat sobre el dielèctric, i ε_r és la constant dielèctrica del material. Per a tots els dielèctrics $\varepsilon_r>1$ i, per tant,

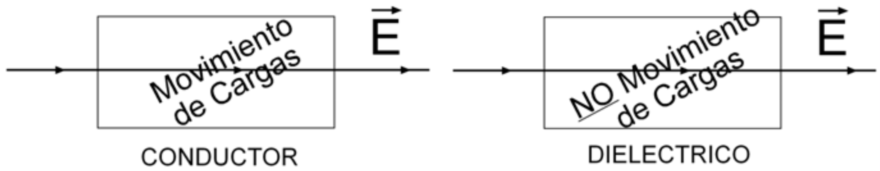
$$\left|\vec{E}_{\text{int}}\right| < \left|\vec{E}_{ext}\right|$$

FísicaTema16

Conductores y Dieléctricos

1. Materiales conductores y dieléctricos.
2. Carga libre, carga ligada, carga neta.
3. Comportamiento de los materiales conductores sometidos a la acción de un campo electrostático.
4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electrostático.

1. Materiales conductores y dieléctricos.



"Conducir" la electricidad

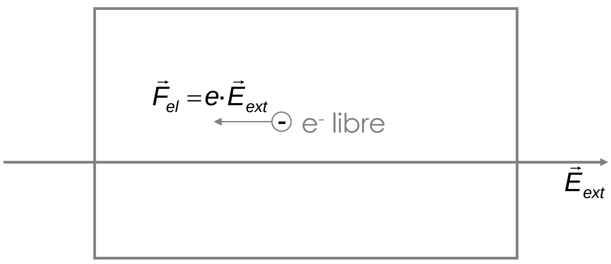
↕

Movimiento de cargas

2. Carga libre, carga ligada, carga neta.

a) CONDUCTORES → carga libre

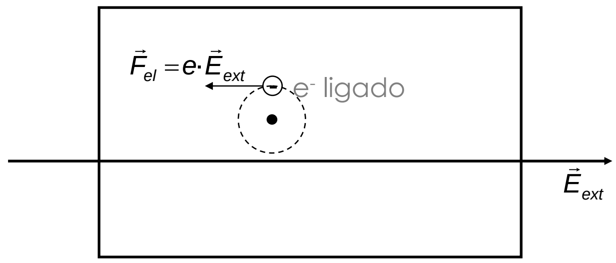
- Disolución electrolítica → los iones se mueven libremente en la disolución
- Metales → electrones libres: pueden moverse libremente en el material



$$F_{nucleo - e} \approx 0 \Rightarrow F_{el} > F_{nucleo - e}$$

2. Carga libre, carga ligada, carga neta.

B) DIELÉCTRICOS → carga ligada



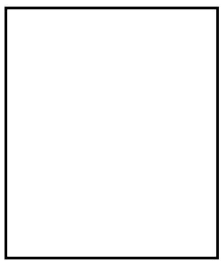
$F_{el} <<< F_{nucleo - e}$

2. Carga libre, carga ligada, carga neta.

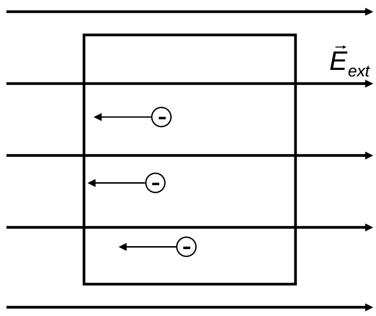
C) OBJETO O CUERPO CARGADO → carga neta

$$n^{o}\ p \neq n^{o}\ e$$

3. Comportamiento de los materiales conductores sometidos a la acción de un campo electrostático.



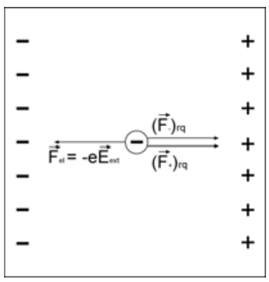
Conductor neutro

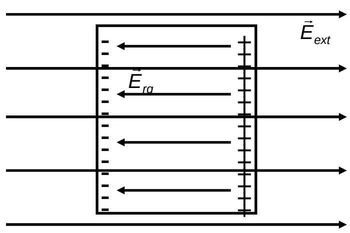


Movimiento de los electrones libres hacia la pared "opuesta" del conductor

3. Comportamiento de los materiales conductores sometidos a la acción de un campo electrostático.

- Debido a $\vec{E}_{ext}$ existe una redistribución de carga en el interior del conductor (electrones en la pared izquierda y huecos en la derecha)
- La redistribución de carga afecta al movimiento de los electrones libres.

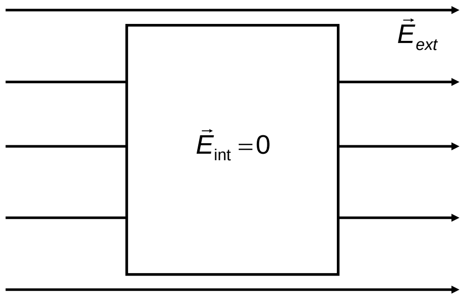




- Los electrones de la pared "opuesta", ejercen una fuerza repulsiva sobre los electrones libres
- Los huecos atraen a los electrones libres.

3. Comportamiento de los materiales conductores sometidos a la acción de un campo electrostático.

SITUACIÓN FINAL

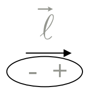


$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{E}_{ext} + \vec{E}_{rq} = 0$$

Conductor en equilibrio electrostático.
(no hay movimiento de cargas)

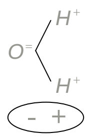
4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electrostático.

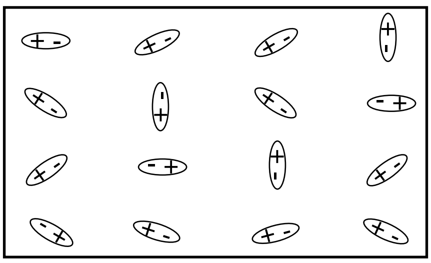
- Dieléctricos polares: sus moléculas constituyen pequeños dipolos.



$$\vec{p}_i = q\vec{\ell}$$

EJEMPLO: molécula de agua



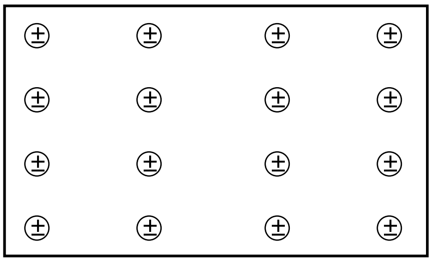


$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{p}_i \neq 0 \\ \sum \vec{p}_i = 0\end{array}}$$

4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electroestático.

- Dieléctricos no polares

  EJEMPLO: dióxido de carbono O – C – O
  ±

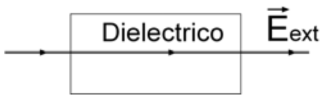


$\vec{p}_i = 0$

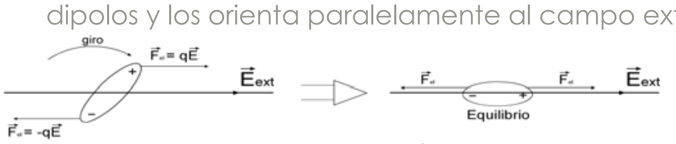
$\sum \vec{p}_i = 0$

4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electroestático.

- Si se aplica un campo eléctrico sobre un dieléctrico.



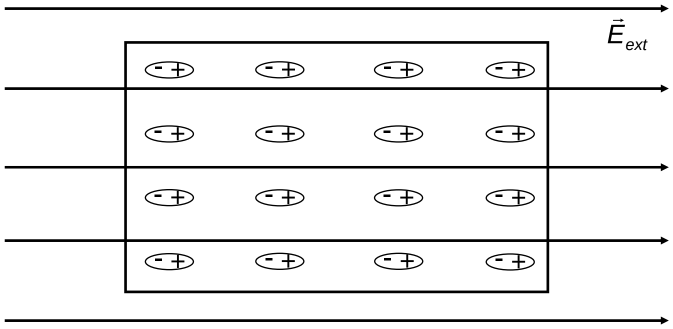
  - **Dieléctrico polar:** El campo actúa sobre cada uno de los dipolos y los orienta paralelamente al campo externo.



  - **Dieléctrico no polar:** Las moléculas se convierten en dipolos orientados paralelamente al campo externo.

4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electroestático.

CONCLUSIÓN: al aplicar un campo electroestático sobre un material dieléctrico, la situación final resulta

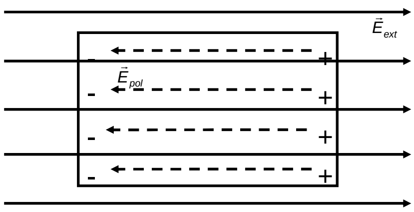


$\vec{P}_i \neq 0$

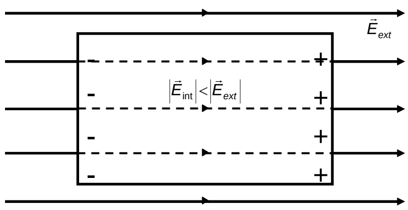
$\sum \vec{P}_i \neq 0$ → El dieléctrico se polariza

Los dipolos crean en el interior del dieléctrico un campo, $\vec{E}_{pol}$, que se superpone a $\vec{E}_{ext}$

4. Comportamiento de los materiales dieléctricos sometidos a la acción de un campo electroestático.



Densidad superficial de carga ligada



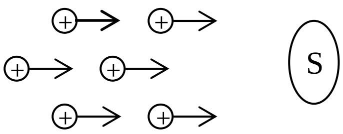
ε_r: constante dieléctrica del medio.

$$\left|\vec{E}_{int}\right| = \frac{\left|\vec{E}_{ext}\right|}{\varepsilon_r} < \left|\vec{E}_{ext}\right|$$

Lliçó 17: CORRENT CONTINU

1.- El corrent elèctric. Moviment de càrregues.

- En un conductor per on hi circula un corrent elèctric, es defineix la intensitat de corrent com la quantitat de càrrega que travessa, per unitat de temps, una superfície transversal, *S*. Per conveni, el sentit de circulació del corrent és el del flux de càrrega positiva.



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

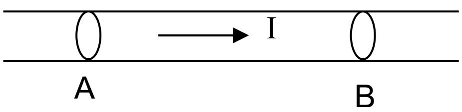
- Si el camp elèctric que genera el corrent no canvia de sentit i és de mòdul aproximadament constant, el corrent resultant s'anomena *<u>corrent continu</u>* (CC).

- La unitat d'intensitat de corrent elèctric en el sistema internacional és l' "Ampere" (A).

$$1A = \frac{1C}{1s}$$

2.- Llei d'Ohm. Resistència

- La llei d'Ohm, en el cas particular d'un segment de cable conductor (AB), estableix que el quocient entre la diferència de potencial entre els extrems del segment (V_A - V_B) = V_{AB}, i la intensitat de corrent que hi circula, és una constant que només depèn de les propietats del conductor i de les dimensions del segment considerat. Aquesta constant es coneix amb el nom de resistència elèctrica.



$$\frac{V_{AB}}{I} = R(\Omega)$$

- En la situació esquematitzada a la figura, la diferencia de potencial, $V_{AB,}$ resulta sempre positiva. Per aquest motiu V_{AB} sol anomenar-se "caiguda de potencial".

- El símbol que s'utilitza per esquematitzar la resistència és 

- La resistència d'un cable conductor és proporcional a la seva longitud, *L*, i inversament proporcional a l'àrea de la seva secció transversal, *S*,

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

on ρ és la resistivitat del material, que depèn de la seva temperatura. La inversa de la resistivitat s'anomena conductivitat, $\sigma = 1/\rho$.

3.- Balanç energètic en els circuïts elèctrics

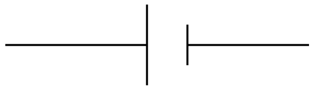
- En un corrent elèctric, l'energia dels portadors es dissipa a mesura que aquests avancen pel conductor. L'energia dissipada es converteix en calor.

- La potència dissipada en un segment *AB* de cable conductor és:

$$P = \mathrm{I}V_{AB} = \mathrm{I}^2 R \text{ (Llei de Joule)}$$

- Un generador de corrent continu és un dispositiu que manté una diferència de potencial constant entre dos punts fixes que són els borns o punts de connexió del generador.

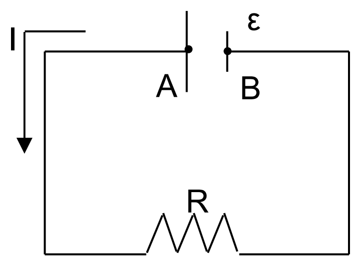
- Per representar un generador s'utilitza un símbol que consisteix en dues línies paral·leles de longitud diferent. La línia més llarga correspon al punt de potencial més alt, i la més curta al punt de potencial menor.



- Des del punt de vista energètic, el generador subministra l'energia necessària per tal que les càrregues que circulin pel conductor. L'energia per unitat de càrrega subministrada per un generador es denomina força electromotriu, ε, i es mesura en Volts.

$$\varepsilon = \frac{E_{aportada\ generador}}{\Delta Q}\ (V)$$

- Un circuit elèctric és un camí conductor tancat. A la figura s'hi representa un circuit bàsic, on R simbolitza la resistència elèctrica del circuit. El corrent elèctric va des del born del generador amb potencial més alt cap al born amb potencial menor.



- D'acord amb el principi de conservació de l'energia, l'energia que aporta un generador a un circuit s'ha d'igualar a la que s'hi dissipa. En el cas d'un circuit bàsic, com el de la figura, això implica que:

$$\varepsilon = \mathrm{I}(R + r_g) = V_{AB} + Ir_g$$

on r_g és la resistència interna del generador, que és <u>nul·la</u> en molts casos.

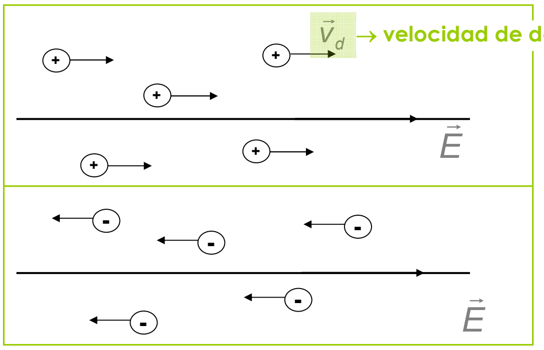
FísicaTema17

CorrienteContinua Resumen

1. Corriente continua.
2. Descripción de la corriente eléctrica.
3. Diferencia de potencial.
4. Ley de Ohm. Resistencia.
5. Balance energético en los circuitos eléctricos.
   - Ley de Joule
   - Generadores

1. Corriente continua (DC)

- material conductor (carga libre)



$\vec{v}_d$ → velocidad de desplazamiento

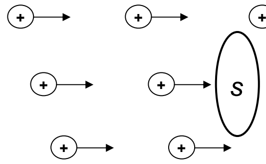
$$\vec{v}_d = \frac{\Delta x_{medio}}{\Delta t} \,//\, \vec{E}$$

$\vec{E}$ ➡ movimiento cargas libres = **corriente eléctrica**

$\vec{E}$ = ctn. ➡ **CORRIENTE CONTINUA**

2. Descripción de la corriente eléctrica.

- **Intensidad de corriente eléctrica: I (escalar)**



$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$ → Cantidad de carga (en valor absoluto) que atraviesa la superficie ***S*** por unidad de tiempo.

UNIDADES **SI**: A (Ampère) → $1A = \frac{1C}{1s}$

La **intensidad (I)** es una magnitud física fundamental.

Se demuestra que **I & v_d**

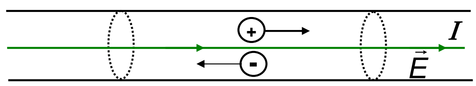
En un cable de Cu (φ = 1mm; **I = 1A**) los electrones libres se desplazan con:

v_d = 0,001 cm/s

2. Descripción de la corriente eléctrica.

- **Sentido de circulación de la corriente**

Convenio: En el caso de un conductor filiforme, la superficie ***S*** queda delimitada por la sección del cable.

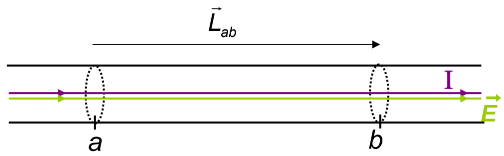


Por "tradición", aunque I sea un escalar, hablaremos siempre del <u>sentido</u> de la corriente eléctrica, que coincide con el sentido en que circularían las cargas libres positivas, es decir con el sentido del vector $\vec{E}$

- **Medida de la intensidad de corriente**

La intensidad de corriente se mide con un Amperímetro.

3. Diferencia de potencial.



$$V_a - V_b \equiv V_{ab} = \vec{E}\cdot\vec{L}_{ab} = E{\cdot}L_{ab} > 0 \Rightarrow V_a > V_b$$

$$E \neq 0 \Leftrightarrow V_{AB} \neq 0$$

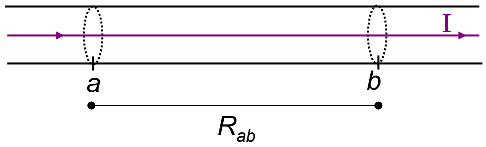
$$E = 0 \Leftrightarrow V_{AB} = 0$$

- **Medida de la diferencia de potenial**

La diferencia de potencial se mide con un voltímetro.

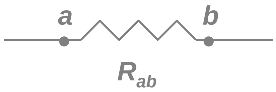
4. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica.

- Ley de Ohm en el caso particular de un conductor filiforme



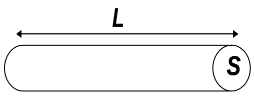
Ley de Ohm: $\frac{V_{ab}}{I} = ctn = R_{ab} \longrightarrow$ $V_{ab} \uparrow\downarrow \Leftrightarrow I \uparrow\downarrow$ Magnitudes proporcionales

- Símbolo gráfico de la resistencia



4. Ley de Ohm. Resistencia eléctrica.

- Cálculo de la resistencia



σ: **conductividad** del material
$\rho = (1/\sigma)$: **resistividad** del material

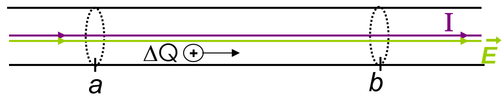
R depende de la **estructura** interna y de las **dimensiones** del material conductor comprendido entre los puntos *a* y *b*.

$$R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{S} = \rho \cdot \frac{L}{S}$$

- UNIDADES de la resistencia eléctrica:

$$(SI) \rightarrow \Omega \text{ (ohm)};\ 1\Omega = \frac{1V}{1A}$$

5. Balance energético en los circuitos eléctricos.



- **Ley de Joule: disipación de energía**

La **energía mecánica** de las cargas que circulan por un conductor **disminuye** (se disipa) a lo largo de su recorrido. La energía disipada **se convierte en calor** (efecto Joule).

$$E_{(mecánica)} = \varepsilon_c + U^{elec}$$

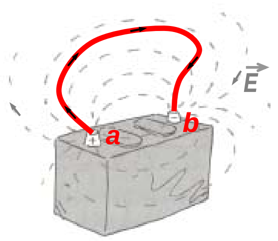
- $v_d \approx$ ctn. (experimental) $\Rightarrow (\varepsilon_c)_a \approx (\varepsilon_c)_b$
- $(U^{elec} = \Delta Q \cdot V)$ y $(V_a > V_b) \Rightarrow U_a^{elec} > U_b^{elec}$

$\Big\}$ $E_a > E_b$

$$\frac{E_a - E_b}{\Delta t} = P_{dis} = V_{ab}\mathrm{I} = \mathrm{I}^2 R \rightarrow$$ **Ley de Joule**

5. Balance energético en los circuitos eléctricos.

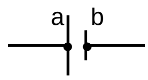
- **Generadores**



- Los "polos" positivo y negativo de la batería generan un campo eléctrico a su alrededor.
- Existe una componente del campo diferente de cero paralela al recorrido del conductor i sentido ***a*** $\rightarrow$ ***b*** en todos sus puntos $\Leftrightarrow V_{ab} \approx E \cdot \ell_{ab} > 0$.

*Los generadores generan un **campo eléctrico** en el interior del conductor o, lo que es **equivalente**, una **diferencia de potencial** entre sus extremos.*

Símbolo:

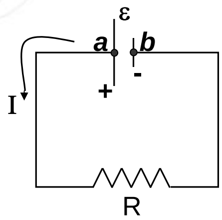


$V_a > V_b$

segmento mayor

5. Balance energético en los circuitos eléctricos.

- **Circuito base**



- **Fuerza electromotriz del generador:** Energía que aporta el generador por unidad de carga.

$$\varepsilon = \frac{E_{aportada\ \ generador}}{\Delta Q} \Rightarrow (J/C \rightarrow Volt)$$

- **Principio de conservación de la energía**

$$E_{aportada\ \ generador} = E_{disipada} \Rightarrow \varepsilon = V_{ab} + \frac{E_{disipada\ \ gen.}}{\Delta Q} = IR + Ir$$

Lliçó 18: EL CAMP MAGNÈTIC

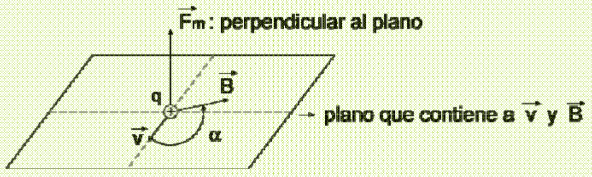
1.- Introducció

- S'observa experimentalment que les càrregues elèctriques en moviment interaccionen entre elles a través de la força magnètica. Com que els corrents elèctrics impliquen càrregues en moviment, també s'exerceixen forces magnètiques d'interacció entre ells. Els imants també exerceixen forces magnètiques d'interacció entre ells.

- No existeix cap llei física que relacioni directament el valor de les càrregues i/o la seva velocitat amb la força magnètica que s'exerceixen entre elles. Aquesta força només es pot descriure mitjançant el concepte del camp magnètic.

2.- Acció d'un camp magnètic sobre una càrrega en moviment: força de Lorentz. Definició de camp magnètic.

- Quan una càrrega q es mou amb velocitat v en presència d'un camp magnètic B, experimenta una força



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B} = \begin{cases} \text{Mòdul: } qvB \sin\alpha \\ \text{Direcció: perpendicular al pla } (\vec{v}, \vec{B}) \\ \text{Sentit: regla del producte vectorial} \end{cases}$$

- La unitat SI pel camp magnètic és el telsa (T). Una altra unitat d'ús freqüent és el gauss (G).

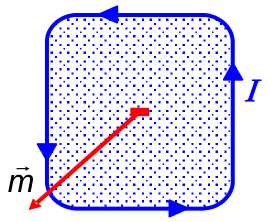
$$1T = \frac{1N}{1A \cdot 1m} \qquad 1\ \text{T} = 10^4\ \text{G}$$

3.- Acció d'un camp magnètic sobre un element de corrent.

- La força magnètica que actua sobre un element de corrent, $I d\ell$ situat en una zona de l'espai on existeix un camp magnètic, ve donada per

$$d\vec{F}_m = \mathrm{I} d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

4.- Moviment magnètic d'una espira. Acció d'un camp magnètic sobre una espira, una bobina i un imant. Moviment magnètic d'un imant



- Una espira és un circuit de corrent tancat i contingut en un pla. L'espira és el perímetre d'una superfície plana S.
- El moment magnètic associat l'espira és un vector que es defineix com

$$\vec{m} = \begin{cases} \textit{mòdul}\text{: } \mathrm{I} \cdot S\ (A \cdot m^2) \\ \textit{direcció}\text{: perpendicular al pla de l'espira} \\ \textit{sentit}\text{: relacionat amb el sentit de circulació de la corrent} \\ \qquad \text{d'acord amb la "regla de la mà dreta"} \end{cases}$$

- Les forces magnètiques que experimenta una espira situada en una zona de l'espai on existeix un camp magnètic, la fan girar fins que el seu moment magnètic és paral·lel al camp. A partir de llavors, l'espira es manté en equilibri. Passa el mateix en el cas d'un imant i d'una bobina.

- En un iman natural, els electrons dels àtoms o molècules que el constitueixen poden ser considerats petites espires de corrent, amb els seus moments magnètics orientats paral·lelament. El moment magnètic del imant és la resultant de sumar els moments de les espires.

5.- Pols nord i sud magnètics

- La terra genera un camp magnètic, les línies de camp el qual estan dirigides des del Sud cap al Nord. Per això qualsevol imant longitudinal que es pugui moure lliurement sobre la superfície de la terra, s'orienta en direcció Sud-Nord. La part de el imant que punta cap el nord es denomina "pol nord" i la que apunta cap al sud es denomina "pol sud".

6.- Fonts de camp magnètic. Llei de Biot i Savart

- El camp magnètic $d\vec{B}$ creat per un element de corrent $\mathrm{I}d\vec{\ell}$ en un punt, *P,* separat una distancia $\vec{r}$ respecte a l'element de corrent, ve donat per la llei de Biot i Savart.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\mathrm{I}d\vec{\ell}\wedge\vec{u}_r}{r^2} = \begin{cases} \dfrac{\mu_0}{4\pi}\mathrm{I}\dfrac{d\ell\sin\alpha}{r^2} \\ \perp \text{ pla } (d\vec{\ell},\vec{r}\,) \\ \text{regla producte vectorial} \end{cases}$$

on $\vec{u}_r$ és un vector unitari paral·lel a $\vec{r}$, i μ_0 és una constant anomenada permeabilitat magnètica del buit, de magnitud $\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\, N/A^2$.

- El camp magnètic creat per un circuït de corrent es calcula considerant el circuït com una successió d'elements de corrent. Llavors, si dB_i és el camp que genera l'element de corrent "*i*",

$$\vec{B}_{circuit} = \sum d\vec{B}i = \int_{circuït}\left[\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mathrm{I}d\vec{\ell}\wedge\vec{u}_r}{r^2}\right]$$

7.- Camp magnètic creat per una espira, una bobina, un imant, un fil rectilini i indefinit i una càrrega en moviment.

- El camp magnètic creat per un <u>*conductor rectilini*</u> portador de corrent en un punt situat a una distància perpendicular **a** (petita comparada amb la longitud del fil) és:

$$B = \mu_0 \frac{\mathrm{I}}{2\pi a}$$

La direcció i el sentit de *B* són tals que les línies de camp encerclen el fil i e seu sentit és el que indiquen els dits de la mà dreta quan el polze està en sentit del corrent.

- El mòdul del camp magnètic creat per una *espira circular* de corrent en els punts del seu eix ve donada per

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{\mathrm{I} R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

on *R* és el radi de l'espira i *x* és la distancia des del centre de l'espira fins el punt. La direcció de B és paral·lela a l'eix. El polze de la mà dreta apunta en el sentit del camp quan els altres dits es dirigeixen segons el sentit del corrent de l'espira.

8.- Atracció i repulsió magnètiques

- La força magnètica d'interacció entre imants és repulsiva entre dos pols Nord o dos pols Sud, i atractiva entre pol Nord i pol Sud.

- La força magnètica d'interacció entre corrents elèctrics és repulsiva si els dos corrents circulen en sentits contraris, i atractiva si circulen en el mateix sentit.

Física Extracto Tema 18

El Campo Magnético

Òptica i Optometria

1. El campo magnético. Introducción
2. Acción de un campo magnético sobre una carga en movimiento: fuerza de Lorentz.
3. Acción de un campo magnético sobre un elemento de corriente.

Òptica i Optometria

1. El campo magnético. Introducción

• Se observa experimentalmente que:

❖ Los ***imanes*** interactúan entre sí por medio de fuerzas magnéticas.

❖ Las ***corrientes eléctricas*** interactúan entre sí por medio de fuerzas magnéticas

❖ Las ***cargas en movimiento*** interactúan entre sí por medio de fuerzas magnéticas (distintas a la fuerza de Coulomb).

❖ Ídem Carga en movimiento $\longleftrightarrow$ corriente

Corriente $\longleftrightarrow$ Imán

Carga en movimiento $\longleftrightarrow$ Imán

1. El campo magnético. Introducción

• Estas fuerzas de interacción pueden describirse mediante la existencia de un campo magnético: $\vec{B}$

(analogía caso electroestático)

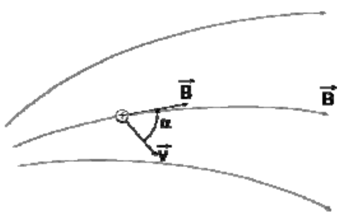
1. El campo magnético. Introducción

- El campo magnético

$\vec{B}\,(x, y, z, t)$: Campo vectorial

Actúa sobre:	Generado por:
•Imán; • Corriente eléctrica I; • q en movimiento.	•Imán; • Corriente eléctrica I; • q en movimiento.

2. Acción de un campo magnético sobre una carga en movimiento: fuerza de Lorentz



$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Módulo: $qvB\sin\alpha$

Dirección: Perpendicular al plano $(\vec{v},\vec{B})$

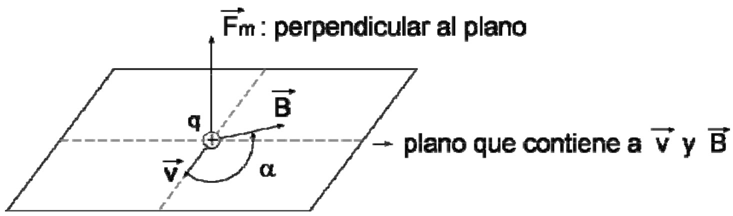
Sentido: Regla del producto vectorial

El que indica el dedo pulgar de la mano derecha cuando los demás dedos apuntan desde $\vec{v}$ hasta $\vec{B}$, tal como indica la figura

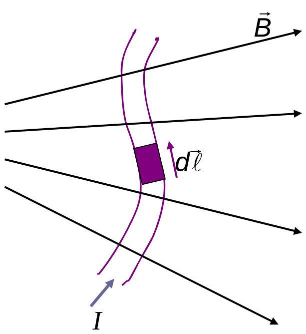
$\vec{v}$ y $\vec{B}$ en el plano del dibujo → $\vec{F}_m$ perpendicular al plano, "hacia nosotros"

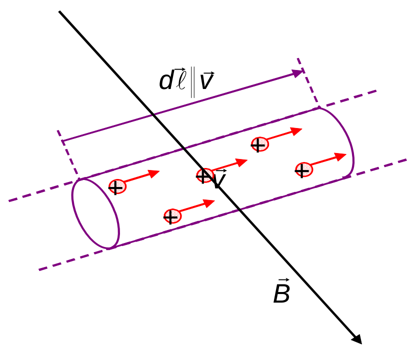
2. Acción de un campo magnético sobre una carga en movimiento: fuerza de Lorentz

(Cambio de perspectiva)



3. Acción de un campo magnético sobre un elemento de corriente.





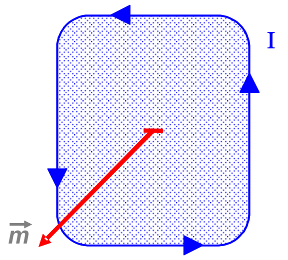
$\mathrm{I}d\vec{\ell}$ $\Big\{$ elemento de corriente

$\vec{B} \Rightarrow \vec{F}_m$ sobre cada portador

$$\left(\vec{F}_m\right)_{\substack{elemento\\de\,corriente}} = \sum \left(\vec{F}_m\right)_{portador} = \mathrm{I}d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

4. Acción de un campo magnético sobre una corriente

b) ESPIRA: CIRCUITO CERRADO



$\vec{m}$: Momento magnético de la espira

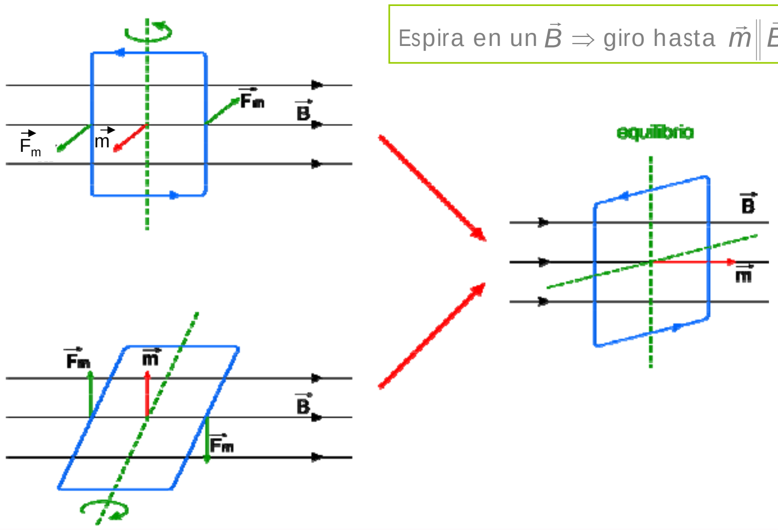
$\vec{m}$
- $I \cdot S$ (Am^2)
- $\perp$ plano espira
- Depende del sentido de circulación de la corriente I.

Si I circula en sentido antihorario, entonces $\vec{m}$ apunta hacia fuera (hacia nosotros)

Si I circula en sentido horario, entonces $\vec{m}$ apunta hacia dentro

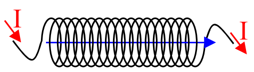
4. Acción de un campo magnético sobre una corriente

Espira en un $\vec{B} \Rightarrow$ giro hasta $\vec{m} \parallel \vec{B}$



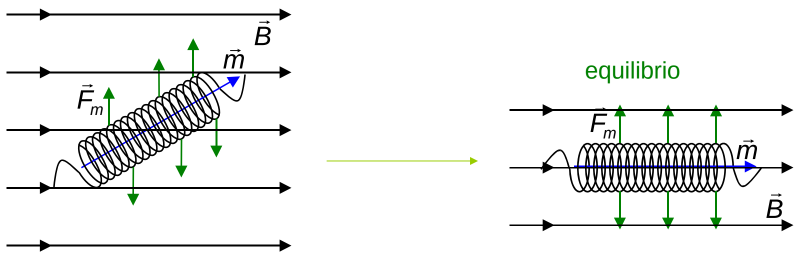
4. Acción de un campo magnético sobre una corriente

c) BOBINA O SELENOIDE



Momento magnético de la bobina:

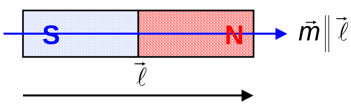
$m = nIS$

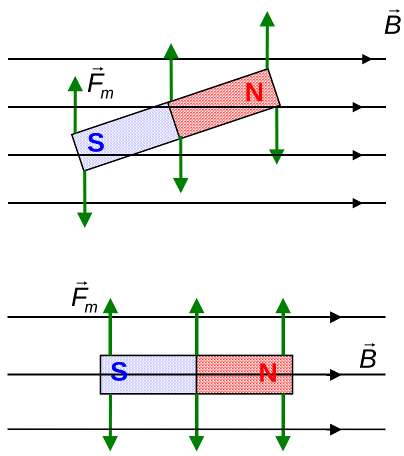


4. Acción de un campo magnético sobre una corriente

d) IMAN

Momento magnético del imán





Lliçó 19: EQUACIONS DE MAXWELL I ONES ELECTROMAGNÈTIQUES

1. - Equacions de Maxwell.

- Les equacions de Maxwell tenen una gran importància teòrica i conceptual. Estan basades en un conjunt de lleis experimentals, algunes de les quals s'han estudiat en els capítols anteriors. Constitueixen la base de l'electromagnetisme clàssic.

- En les equacions de Maxwell es relacionen el camp magnètic i el camp elèctric amb les seves corresponents fonts.

- Els enunciats de les lleis de Maxwell són:

  - 1 ª Equació de Maxwell (teorema de Gauss): relaciona el camp elèctric amb les seves fonts, que són les càrregues elèctriques. La seva base experimental és la llei de Coloumb. Aquest teorema implica que les línies del camp elèctric sempre parteixen d'una càrrega positiva i moren o van a parar a una càrrega negativa.

    $$\oint \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

  - 2 ª Equació de Maxwell: el flux del camp magnètic a través d'una superfície tancada és sempre 0, el que vol dir que les línies del camp magnètic es tanquen sobre si mateixes.

    $$\oint \vec{B}\cdot d\vec{s} = 0$$

  - 3 ª Equació de Maxwell (Llei de Faraday): descriu una segona font de camp elèctric, i aquesta segona font és un camp magnètic que varia amb el temps.

    $$\int_C \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$$

  - 4 ª Llei de Maxwell (Llei de Maxwell-Ampère): relaciona el camp magnètic amb les seves fonts, que són d'una banda els corrents elèctrics (incloent el cas de càrregues elèctriques en moviment i els imants), i d'altra banda un camp elèctric que canvia amb el temps.

    $$\int_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0\left(\mathrm{I} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}\right)$$

2. - Ones electromagnètiques. Espectre electromagnètic

- En el cas de les ones electromagnètiques planes i harmòniques la pertorbació que es propaga és doble, ja que es propaguen conjuntament un camp elèctric i un camp magnètic oscil·lants.

- La formulació matemàtica que descriu aquestes ones és anàloga a la ja estudiada per les ones harmòniques mecàniques.

  $$\vec{E}(x,t) = \vec{E}_0 \sin(kx - wt)$$
  $$\vec{B}(x,t) = \vec{B}_0 \sin(kx - wt)$$

- Les lleis de Maxwell prediuen que els dos camps no són independents, ja que un camp elèctric que canvia amb el temps és una font de camp magnètic i un camp magnètic que canvia amb el temps és una font de camp elèctric. Per tant els camps que es propaguen s'influeixen l'un a l'altre.

- Les ones corresponents al camp elèctric i al camp magnètic oscil·len en fase.

- Els dos camps són perpendiculars a la direcció de propagació i perpendiculars entre si. Si la direcció *X* és la de propagació, llavors el camp elèctric és paral·lel a *Y*, i el camp magnètic a *Z*.

- Les equacions de Maxwel prediuen que les ones electromagnètiques es propaguen a la velocitat de la llum (C = $3 \cdot 10^8$ m/s).

- Hi ha ones electromagnètiques per a qualsevol valor de la freqüència i la longitud d'ona ($\lambda \cdot \nu = C$). L'aplicació o ús que es dóna a les ones electromagnètiques varia en funció de quines siguin la seva freqüència i la seva longitud d'ona.

- L'ull humà detecta només les ones electromagnètiques les longituds d'ona van des de 400 nm, que correspon al blau als 700 nm, que corresponen al vermell. Per aquest motiu, la radiació electromagnètica amb longituds d'ona compreses entre aquests valors se l'anomena "visible".

- La propagació de les ones electromagnètiques implica transport d'energia i de quantitat de moviment des de la font als punts de l'espai per on es propaga l'ona.

- La mitjana temporal de la intensitat en cada punt és proporcional al quadrat de l'amplitud del camp elèctric.

$$\mathrm{I} = \langle S \rangle_T = \frac{C\varepsilon_0}{2} E_0^2$$

FísicaTema19

Ecuaciones de Maxwell y ondas electromagnéticas

1. Ecuaciones de Maxwell.

- Todas las leyes experimentales del electromagnetismo pueden sintetizarse en cuatro ecuaciones, conocidas como leyes de Maxwell.

  Ley de Coulomb
  Teorema de Gauss
  Ley de Biot y Savart
  Ley de Ampere
  Ley de Faraday

- Las ecuaciones de Maxwell relacionan los campos $\vec{E}$ y $\vec{B}$ con sus fuentes (cargas eléctricas, corrientes)
- Las ecuaciones de Maxwell constituyen la base del electro-magnetismo clásico (Newton ↔ mecánica clásica)
- En base a sus ecuaciones, Maxwell predijo la existencia de las ondas electromagnéticas y también que la luz es una onda electromagnética.

1. Ecuaciones de Maxwell.

ENUNCIADOS

1ª Ecuación de Maxwell (Teorema de Gauss)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \iff$$

Las líneas de $\vec{E}$ "nacen" en Q+ y "mueren" en Q-

- Relaciona $\vec{E}$ con sus fuentes (Q)
- Es una consecuencia de la ley experimental de Coulomb

1. Ecuaciones de Maxwell.

2ª Ecuación de Maxwell

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

Las líneas de campo magnético son siempre cerradas sobre si mismas

3ª Ecuación de Maxwell (ley de Faraday)

$$\int_C \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

$\vec{B}(t)$: también es una "fuente" de campo eléctrico

1. Ecuaciones de Maxwell.

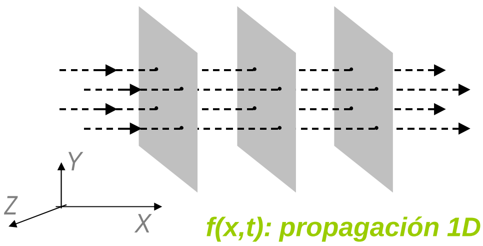
4ª Ecuación de Maxwell → <u>Ley de Maxwell - Ampere</u>

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_0\left(\mathrm{I} + \varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S \vec{E}\cdot d\vec{s}\right)$$

- Relaciona $\vec{B}$ con sus fuentes $\begin{cases} I \\ \vec{E}(t) \end{cases}$

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- Ondas electromagnéticas planas y armónicas.
  - *Onda plana*



f(x,t): propagación 1D

x : dirección de propagación

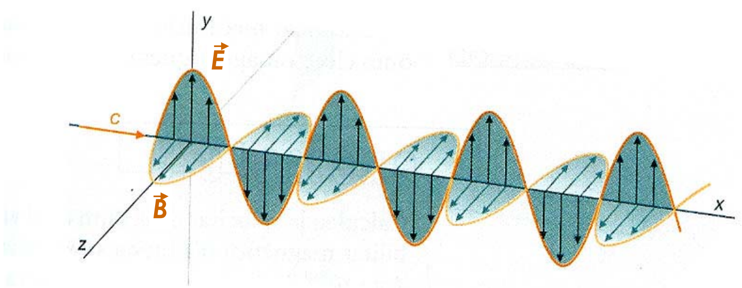
2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- Ondas electromagnéticas planas y armónicas.
  - La perturbación que se propaga es doble: un campo eléctrico, $\vec{E}$, y un campo magnético, $\vec{B}$.
  - **f(x,t)** $\rightarrow$ $\boxed{\begin{array}{l}\vec{E}(x,t)=\vec{E}_0 \sin(kx-wt) \\ \vec{B}(x,t)=\vec{B}_0 \sin(kx-wt)\end{array}}$ ***NO independientes***
  - Las ecuaciones de Maxwell permiten demostrar que:
    - $\vec{E}$ y $\vec{B}$ están en fase. Módulos: $|\vec{E}_0|=C\cdot|\vec{B}_0|$
    - $\vec{E}$ y $\vec{B}$ son ambos perpendiculares a la dirección de propagación y, además, perpendiculares entre sí.

$$\vec{v}=C\,\vec{i} \qquad \begin{array}{l}\vec{E}(x,t)=[E_0 \sin(kx-wt)]\vec{j} \quad \| \ Y \\ \vec{B}(x,t)=[B_0 \sin(kx-wt)]\vec{k} \quad \| \ Z\end{array}$$

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- Ondas electromagnéticas planas y armónicas.
  - *Onda transversal*



2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- Las ecuaciones de Maxwell predicen la existencia de ondas electromagnéticas con una velocidad de propagación.

  $C = 3 \cdot 10^8$ m/s

- Existen ondas electromagnéticas para todos los valores posibles de la frecuencia, ν, y la longitud de onda, λ.
- Para una misma onda electromagnética

  $\lambda \cdot \nu = C = 3 \cdot 10^8$ m/s

- El valor de ν (o de λ) determina la aplicación para la que se utiliza una onda electromagnética.

ÒpticaiOptometria

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

EL ESPECTRO ELECTROMAGNETICO

- Rayos gamma $\begin{cases} \nu \approx 10^{19}, 10^{20}\ldots \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{-11}, 10^{-12}\ldots \text{ m} \end{cases}$
- Rayos X $\begin{cases} \nu \approx [10^{16} \rightarrow 10^{20}]\text{Hz} \\ \lambda \approx [10^{8} \rightarrow 10^{-12}]\text{m} \end{cases}$
- Radiación UV $\begin{cases} \nu \approx 10^{16}, 10^{17} \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{-7}, 10^{-8} \text{ m} \end{cases}$
- Radiación visible $\begin{cases} 10^{14} > \nu > 10^{15} \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{-6} \text{ m} \end{cases}$

ÒpticaiOptometria

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- Radiación Infrarroja $\begin{cases} \nu \approx 10^{13}, 10^{14} \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{-4}, 10^{-5} \text{ m} \end{cases}$
- Microondas $\begin{cases} \nu \approx 10^{11}, 10^{12} \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{-2}, 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$
- TV y radio FM $\begin{cases} \nu \approx 10^{8} \text{ Hz} \\ 1 \leq \lambda \leq 10 \text{ m} \end{cases}$
- Ondas de radio AM $\begin{cases} 10^{7} > \nu > 10^{6} \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{2} \text{ m} \end{cases}$
- Ondas de radio largas $\begin{cases} \nu \approx 10^{5}, 10^{4}\ldots \text{ Hz} \\ \lambda \approx 10^{3}, 10^{4}\ldots \text{ m} \end{cases}$

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

Ondas electromagnéticas "visibles".

$\nu = 7'5 \cdot 10^{14}$ 4,3 $\cdot 10^{14}$ Hz

λ = 400 nm 500 600 700 nm

Espectro continuo

2. Ondas electromagnéticas. Espectro electromagnético.

- **Transporte de energía en las ondas electromagnéticas.**
  - Propagación $\Rightarrow$ transporte de energía (eléctrica y magnética) y de cantidad de movimiento.
  - La energía en cada punto se calcula a partir de la densidad de energía "electromagnética" (J/m³) almacenada en el punto.
  - El vector de Pointing relaciona la intensidad instantánea transmitida con los vectores campo eléctrico y campo magnético.

$$\vec{S} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \varepsilon_0 C^2 \cdot \left(\vec{E} \wedge \vec{B}\right) \quad \text{(W/m}^2\text{)}$$

  - A partir del vector de Pointing se demuestra que el promedio temporal de la intensidad en cada punto es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico.

$$\mathrm{I} = \langle S \rangle_T = \frac{C\varepsilon_0}{2} E_0^2$$

FÍSICA

Continguts

Mòdul 1: MECÀNICA. CONCEPTES BÀSICS	
Objectius específics	En finalitzar el mòdul l'estudiant serà capaç de … • Aplicar les lleis de Newton per resoldre problemes de mecànica senzills • Aplicar el principi de conservació de l'energia per resoldre problemes de mecànica senzills
Temari	1. VECTORS (1.-Magnituds escalars i vectorials. 2.-Vector. Àlgebra vectorial. 3.- Vectors unitaris. Components cartesianes. 4. Producte escalar de dos vectors. 5. Producte vectorial de dos vectors. 6. Anàlisi vectorial.) 2. CINEMÀTICA (1. Moviment rectilini. Sistema de referència. 2. Velocitat. 3. Acceleració. 4. Moviment rectilini amb acceleració constant. 5. Moviment en dues i tres dimensions. Sistema de referència. 6. Moviment circular amb velocitat de mòdul constant. Velocitat angular. Acceleració centrípeta.) 3. LES LLEIS DE NEWTON (1. Principis fonamentals de la dinàmica. Les lleis de Newton. 2.-Les forces de la natura.) 4. DINÀMICA DE LA PARTÍCULA (1. Treball. Unitats. 2. Energia cinètica. 3. Forces conservatives. Energia potencial. 4. Conservació de l'energia mecànica. 5. Potència. Unitats.

Mòdul 2: MECÀNICA DE SÒLIDS I FLUIDS.	
Objectius específics	En finalitzar el mòdul l'estudiant serà capaç de … • Descriure el concepte de densitat d'una substància. • Calcular mitjançant la llei de Hooke les deformacions produïdes sobre un cos quan se li aplica una força, en alguns casos especialment interessants. • Descriure els conceptes de pressió en el si d'un fluid, cabal d'un corrent de fluid i viscositat dels fluids. • Aplicar les lleis fonamentals de l'estàtica i la dinàmica dels fluids ideals i viscosos en règim laminar i estacionari a problemes i situacions senzilles que involucrin fluids en repòs i/o en moviment. • Descriure qualitativament el paper que juguem les forces de cohesió en líquids, i les d'adhesió entre sòlids i líquids en casos rellevants en el marc de l'Optometria.
Temari	5. PROPIETATS ELÀSTIQUES DELS MATERIALS (1. Cossos elàstics. 2. Elasticitat per tracció o compressió. 3. Compressió uniforme.) 6. ESTÀTICA DE FLUIDS (1. Introducció. Generalitats sobre fluids. 2. Pressió en el si d'un fluid. Principi de Pascal. 3. Estàtica de fluids en el camp de la gravetat. Pressió atmosfèrica. 4. Unitats de pressió. Mesura de la pressió 5. Principi d'Arquímedes.) 7. DINÀMICA DELS FLUIDS IDEALS (1. Descripció del moviment d'un fluid ideal. Línies de corrent. 2. Règims de flux. El fluid ideal. 3. Cabal. 4. Equació de continuïtat. 5. Teorema de Bernouilli. Interpretació energètica. 6. Aplicacions del teorema de Bernouilli. Efecte Venturi. Teorema de Torricelli.

	8. DINÀMICA DELS FLUIDS VISCOSOS (1. El moviment dels fluids reals. Viscositat. 2. Flux laminar d'un fluid viscós per un tub. Llei de Hagen Poiseuille. Pèrdua de càrrega. 3. Llei de Stokes. Sedimentació.) 9. FORCES DE COHESIÓ EN LÍQUIDS (1. Forces intermoleculars en líquids. Cohesió. 2. Tensió superficial. 3. Contacte entre sòlid i líquid. Adhesió.)

Mòdul 3: OSCIL·LACIONS I ONES.	
Objectius específics	En finalitzar el mòdul l'estudiant serà capaç de … • Aplicar les funcions harmòniques a la descripció del moviment harmònic simple. • Aplicar les equacions del moviment harmònic simple per resoldre problemes que involucrin el moviment d'un cos unit a l'extrem d'una molla o impulsat per una molla. • Determinar la velocitat de propagació de les ones. • Aplicar les funcions harmòniques a la descripció de les ones que es propaguen en un medi unidimensional. • Utilitzar correctament el llenguatge associat a la descripció de les ones. • Representar gràficament la funció d'ona en el cas unidimensional en un punt concret de l'espai o en un instant de temps determinat. • Conèixer el resultat de la interferència de dues ones unidimensionals que viatgen en el mateix sentit, amb les mateixes amplitud, freqüència i longitud d'ona per tal d'utilitzar-lo en la resolució de problemes d'interferència senzills. • Descriure les ones estacionàries en una corda fixada pels dos extrems i resoldre problemes bàsics sobre aquesta situació física • Determinar qualitativament la intensitat associada a una ona en casos pràctics.
Temari	10. OSCIL·LACIONS (1. Moviment harmònic simple. Equacions de moviment 2. Oscil·lació d'una massa unida a una molla. Energia potencial elàstica 3. Oscil·lacions amortides.) 11. DESCRIPCIÓ DEL MOVIMENT ONDULATORI EN UNA DIMENSIÓ (1. Polsos d'ones. Polsos longitudinals i polsos transversals. 2. Funció d'ona. 3. Velocitat de propagació d'un pols en una corda. 4. Reflexió i transmissió de polsos. 5. Ones harmòniques en una dimensió. 6. Paràmetres que caracteritzen una ona harmònica. 7. Energia i intensitat d'una ona harmònica. Absorció. 8. L'equació d'ona. 9.-Ones sonores.) 12. SUPERPOSICIÓ D'ONES EN UNA DIMENSIÓ (1. Interferència. Superposició de polsos. 2. Superposició de dues ones harmòniques. 3. Funcions d'ona estacionàries. 4. Ones estacionàries en una corda fixada pels dos extrems. 13. MOVIMENT ONDULATORI EN DUES I TRES DIMENSIONS (1. Ones 2D i ones 3D. 2. Front d'ona. Raig. 3. Ones planes, circulars i esfèriques. 4. Propagació de l'energia associada a les ones 2D i 3D. Intensitat. 5. El Principi de Huygens. Reflexió, refracció i difracció.)

Mòdul 4: ELECTROMAGNETISME.	
Objectius específics	En finalitzar el mòdul l'estudiant serà capaç de … • Calcular la força d'interacció elèctrica entre dos o més cossos amb càrrega elèctrica.

	• Calcular el camp i el potencial elèctrics generats per diverses distribucions de càrrega en els punts de l'espai circumdant. • Descriure la interacció del camp electrostàtic amb els materials conductors i els dielèctrics. • Calcular la força magnètica que experimenta una càrrega en moviment o un element de corrent situats en una zona de l'espai on existeixi un camp magnètic. • Calcular el camp magnètic generat per diverses distribucions de corrent elèctric. • Saber distingir en quins casos apareix un corrent induït en una espira conductora, i en quins no. • Descriure formalment les ones electromagnètiques planes i harmòniques.
Temari	14. INTRODUCCIÓ MATEMÀTICA (1. Camps escalars i camps vectorials. 2. Flux d'un camp vectorial. Integral de superfície. 3. Circulació d'un camp vectorial. Integral de línia.) 15. EL CAMP ELECTROSTÀTIC (1. Càrrega elèctrica. Estructura elèctrica de la matèria. 2. Llei de Coulomb. Unitats de càrrega. 3. El camp elèctric. 4. Línies de camp. 5. Energia potencial electrostàtica. 6. Potencial elèctric.) 16. CONDUCTORS I DIELÈCTRICS (1.-Materials conductors i dielèctrics. 2.-Càrrega lliure, càrrega lligada i càrrega neta. 3.-Comportament de materials conductors sotmesos a l'acció d'un camp electrostàtic. 4.-Comportament de materials dielèctrics sotmesos a l'acció d'un camp electrostàtic. Polarització del dielèctric. Constant dielèctrica.) 17. CORRENT CONTINU (1. El corrent elèctric. Moviment de càrregues. 2. Llei d'Ohm. Resistència. 3. Balanç energètic en els circuits elèctrics: Efecte Joule; generadors i força electromotriu.) 18. EL CAMP MAGNÈTIC (1. Introducció. 2. Acció d'un camp magnètic sobre una càrrega en moviment: força de Lorentz. Definició del camp magnètic B. 3. Exemple: moviment d'una càrrega puntual en un camp magnètic uniforme. 4. Acció d'un camp magnètic sobre un element de corrent, sobre una espira i sobre una bobina. Moment magnètic d'una espira. 5. Acció d'un camp magnètic sobre un imant. Moment magnètic d'un imant. Atracció i repulsió magnètiques. 6. Fonts del camp magnètic. Llei de Biot i Savart. 7. Camp magnètic creat per una espira, una bobina, un imant, un fil rectilini i indefinit i una càrrega en moviment.) 19. EQUACIONS DE MAXWELL I ONES ELECTROMAGNÈTIQUES (1. Equacions de Maxwell. Llei d'Ampère generalitzada. 2. Ones electromagnètiques. Equació d'ona. 3. L'espectre electromagnètic. 4. Generació d'ones electromagnètiques. 5. Estructura atòmica dels materials. 6. Fonts de llum.)

Documentació i Bibliografia

- Dossiers en suport paper disponibles al servei de reprografia
    - Problemes (enunciats, solucions i alguns problemes totalment resolts) → s'utilitzen per treballar a classe
    - Guions de pràctiques → imprescindibles per preparar i realitzar les pràctiques al laboratori
    - Resums de cada lliçó i recull imprès de les presentacions que s'utilitzen a l'aula (aquestes darreres no cobreixen tot el temari)
- Intranet (campus virtual ATENEA)
    - Presentacions que s'utilitzen a l'aula (no cobreixen tot el temari)
    - Qüestionaris test per temes
    - Exàmens dels cursos anteriors amb respostes

- Bibliografía Básica:

    - Tipler P.A.; Mosca, G. FÍSICA. 5ª ed. Barcelona, Reverté , 2005.
    - Kane J.W., Sterheim M.M. Física, 2ª ed., Barcelona, Reverté, 2000.
    - Hewit, P.G. FISICA CONCEPTUAL. 9ª ed. Mèxic: Pearson Education, 2004.
    - Adreces Web d'interès
      www.fislab.net
      http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/default.htm
      Physics Java Applets by C.K.Ng

- Bibliografía Complementaria:

    - Serway R.A.; Jewett, J.W. FÍSICA. 6ª ed. Madrid: International Thomson, 2005.
    - Cutnell, J.D.; Johnson, K. W. FISICA. Mèxic: Limusa, 1998.
    - Gettys W.E., Keller F.J., Skove M.J. FÍSICA PARA INGENIERÍA Y CIENCIAS. 2ª ed. México: McGrawhill, 2005.
    - Giancoli, D.C. FÍSICA PARA UNIVERSITARIOS. 3ª ed. México: Pearson Education, 2002.
    - Alonso M., Finn E.J., FÍSICA, México, Addison-Wesley Longman de méxico, 2000.
    - Cromer A.H., FÍSICA EN LA CIENCIA Y EN LA INDUSTRIA, Barcelona, Reverté, 1999.